

УДК 621.314

Е.В. Калинин

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТЕРЬ В ШИХТОВАННЫХ СЕРДЕЧНИКАХ СИЛОВЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Проводится анализ динамических процессов перемагничивания шихтованных магнитных систем силовых трансформаторов методом численных расчетов электромагнитного поля в слоистой среде с нелинейностью магнитных свойств и наличием межлистовой электропроводности. Исследуется влияние сложного характера магнитных свойств текстурованных электротехнических сталей на потери в магнитопроводах. Предлагаются результаты расчета нелинейного поверхностного эффекта в шихтованных сердечниках из анизотропных кремнистых сталей на основе нормализованного подхода к магнитным характеристикам материала и динамике перемагничивания. Разработаны механизмы обобщенного подхода для выработки рекомендаций на оптимальное применение листовой электротехнической стали в сердечниках силовых трансформаторов. Изучены особенности формирования потерь в нелинейной анизотропной плоскостной среде применительно к условиям перемагничивания шихтованных магнитных систем силовых трансформаторов. Разделено влияние на распределение магнитного поля и потери анизотропии и нелинейности магнитных свойств, линейных размеров перереза сечения слоистого сердечника и динамики перемагничивания с использованием двух обобщенных параметров: коэффициента нелинейности K_n и коэффициента динамики ξ .

Ключевые слова: гистерезис, коэффициент динамики, магнитная анизотропия, межлистовая электропроводность, нелинейность, потери на вихревые токи, силовые трансформаторы, холоднокатаная электротехническая сталь, шихтованный сердечник, электромагнитное поле.

1. Актуальность. Постановка задачи

Шихтованные сердечники (ШС) силовых трансформаторов, работающих на промышленной частоте $f = 50$ Гц, представляют собой сложные распределенные системы, магнитные характеристики которых определяются совокупным действием различных факторов [1,2]. Последние характеризуются наличием гистерезиса и анизотропии, а электроизоляционное покрытие между слоями имеет конечные значения удельного поверхностного сопротивления [2,3].

Исследование динамических процессов в ШС при наиболее полной постановке предполагает рассмотрение задачи трехмерного электромаг-

нитного поля (ЭМП) в плоскостойкой ферромагнитной среде с нелинейными магнитными свойствами. Математическое моделирование ЭМП при такой постановке становится затруднительным. Необходимо сузить задачу исследования. Полагаем, что магнитный поток полностью сосредоточен в ШС, и задача ЭМП может быть сформулирована как внутренняя краевая. Магнитные свойства стали считаем полученными при заданной частоте и форме магнитного потока [3,4].

Решение поставленной задачи упрощается в связи с наличием у ШС слоистой структуры. Чередование в магнитопроводе слоев проводящего ферромагнитного и изоляционного немагнитного материалов приводит к упорядочиванию распределения магнитного поля и вихревых токов (ВТ) по слоям.

С учетом принятых выше допущений о постоянстве магнитного потока в любом сечении ШС и однородности слоистой структуры материала при согласованной шихтовке пластин сердечника, когда направления прокатки (НП) отдельных пластин совпадают, считаем распределение магнитного поля в ШС плоским (двухмерным). При этом плоскости, в которых замыкаются контуры ВТ, перпендикулярны плоскости прокатки пластин сердечника и не оказывают влияния на распределение магнитного поля в этой плоскости.

В работе [5] методом математического моделирования исследованы особенности влияния магнитной анизотропии на распределение магнитного поля в ШС кольцевой формы. Расчеты произведены на основе решения плоской задачи магнитостатики с привлечением векторных характеристик намагничивания текстурованных сталей. Получено экспериментальное подтверждение правильности выбранного подхода.

Показана необходимость учета пространственного угла ψ между векторами индукции \vec{B} и напряженности \vec{H} магнитного поля в плоскости прокатки листовой стали, оказывающего принципиальное влияние на характер распределения \vec{B} . Отмечается необходимость использования магнитных свойств текстурованных сталей для заданной частоты [4].

Известные исследования не позволяют однозначно ответить на вопрос о степени влияния неоднозначности [6-9] и нелинейности магнитных свойств [2, 10, 11] на ЭМП и потери на ВТ в изотропном ШС. Для анизотропных сред такие исследования не проводились.

Полагаем, что основные динамические процессы связаны с ВТ в отдельных пластинах, т.е., поверхностный эффект не оказывает влияния на перераспределение магнитного поля в сердечнике в целом, а влияние ВТ, связанных с наличием межлистовой электропроводности в ШС, мало [12].

В данном случае анализ трехмерного ЭМП удастся свести к исследованию совокупности последовательно рассматриваемых более простых математических моделей:

- проникновение поля в отдельной пластине сердечника;
- динамических процессов в массивном сердечнике прямоугольного сечения.

II. Уравнения ЭМП в шихтованном сердечнике

Вид и структура уравнений ЭМП, определяющих особенности динамических процессов в материальных средах, зависят от свойств рассматриваемой среды и частоты поля. Условия работы ШС при промышленной частоте позволяют утверждать, что свободными пространственными зарядами и токами смещения при перемагничивании рассматриваемой плоскостной среды можно пренебречь. В этом случае ЭМП является квазистационарным [13], и при отсутствии сторонних токов для каждой произвольной точки неподвижной проводящей среды подчиняется системе уравнений Максвелла в дифференциальной форме:

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J}; \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\partial \bar{B} / \partial t, \quad (2)$$

и условиям:

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0; \quad \operatorname{div} \bar{J} = 0, \quad (3)$$

где \bar{H} , \bar{B} , \bar{J} и \bar{E} – вектора напряженности и индукции магнитного поля, плотности тока и напряженности электрического поля, соответственно.

Для обеспечения полноты системы уравнений (1) – (3) устанавливаются связи между соответствующими векторами электрического и магнитного полей через физические параметры материальной среды:

$$\bar{J} = \hat{\gamma} \cdot \bar{E}; \quad \hat{\nu}_o(\bar{B}) = \partial \bar{H} / \partial \bar{B}, \quad (4)$$

где $\hat{\gamma}$ – линейный тензор удельной электропроводности;

$\hat{\nu}_o(\bar{B})$ – нелинейный тензор удельного дифференциального магнитного сопротивления.

Рассмотрим сердечник прямоугольного сечения с однородным периодически изменяющимся во времени плоскопараллельным магнитным полем, шихтованный согласованным способом из анизотропных стальных

пластин толщиной d , когда НП соседних пластин совпадают (рис. 1, а). В каждый момент времени в произвольной точке пластин вектор \vec{B} находится в плоскости прокатки пластин и составляет с НП неизменный угол α (рис. 1, б). Вектор \vec{H} также находится в плоскости прокатки, но его направление из-за магнитной анизотропии в общем случае отличается от направления \vec{B} на угол ψ (рис. 1, б).

В принятой на рис. 1 системе координат плоскости прокатки пластин параллельны координатной плоскости – « yOz ». В соответствии с наложенными на вектор \vec{B} ограничениями его направление совпадает с осью « z », модуль не зависит от « z » – $\partial B_z / \partial z = 0$. Годограф вектора $\vec{B}(t)$ пульсирует вдоль оси « z ». Поэтому векторное уравнение (1) имеет только составляющие с индексом « z » [14], а вектор \vec{E} – с индексами « x » и « y », поскольку:

$$\text{rot } \vec{E} = \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \cdot \vec{k}; \quad (5)$$

В соответствии с (3) и (5) ВТ имеют замкнутые контуры в плоскостях, перпендикулярных оси действия вектора \vec{B} (рис. 1, а).

Из уравнения (1), учитывая ограничение (5), получаем:

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial H_z}{\partial y} \cdot \vec{i} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \cdot \vec{j}; \quad (6)$$

Из равенства (6) следует, что в динамических процессах принимает участие только составляющая напряженности H_z , направленная вдоль оси действия вектора \vec{B} (рис. 1, б).

III. Расчетные уравнения ЭМП в обобщенном виде

При решении системы (1) – (2) с учетом (4) наиболее часто пользуются приведением к одному уравнению с одной неизвестной векторной величиной. Вывод расчетного уравнения удобно производить относительно вектора \vec{B} , имеющего одну составляющую B_z (в дальнейшем символ при B_z опускаем).

Допуская независимое действие ВТ, замыкающихся в отдельных пластинах и по всему периметру поперечного сечения (рис. 1, а), из (1) – (6) для обеих задач получаем дифференциальное уравнение общего вида:

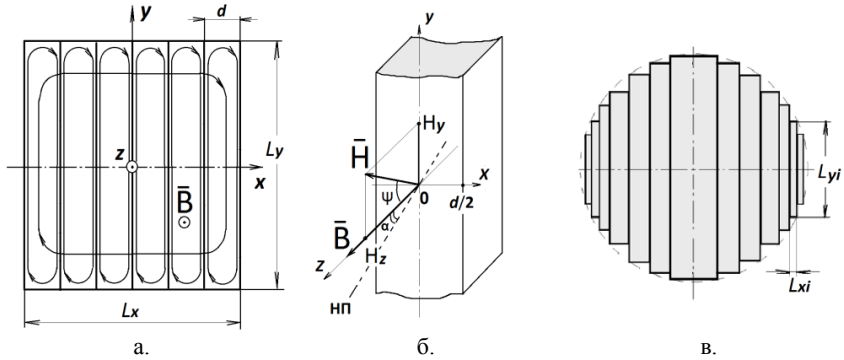


Рис. 1. Контуры вихревых токов в ШС прямоугольного сечения (а); ориентация векторов магнитного поля в анизотропной ферромагнитной пластине (б); ШС со ступенчатым сечением (в)

$$\frac{1}{\gamma_y} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_o(B) \cdot \frac{\partial B}{\partial x} \right) + \frac{1}{\gamma_x} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_o(B) \cdot \frac{\partial B}{\partial y} \right) = \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (7)$$

где γ_x и γ_y – удельные электропроводности по осям « x » и « y » поперечного сечения с линейными размерами l_x и l_y , соответственно (рис. 1, а); ν_o – нелинейное удельное магнитное сопротивление скалярной магнитной характеристики $H_z(B)$ по оси « z ».

Для удобства анализа и практического применения результатов моделирования приводим уравнение (7) к обобщенному виду [15] через безразмерные координаты:

$$x = \frac{x}{l_x}; y = \frac{y}{l_y}; \tau = t \cdot f, \quad (8)$$

и нормализованную магнитную характеристику $h(b)$, где:

$$h = H / H_{mc}; b = B / B_{mc}; \mathbf{v} = \mathbf{v}(b) = \frac{\partial h}{\partial b} = \mathbf{v}_{br}(b) + \mathbf{v}_r(b), \quad (9)$$

а \mathbf{v}_{br} и \mathbf{v}_r – относительные значения безгистерезисной и гистерезисной составляющих удельного магнитного сопротивления (4), исходя из соответствующей структуры для $h(b)$ по методу Л.А. Бессонова [4]:

$$h(b) = h_{br}(b) + h_r(b). \quad (10)$$

Влияние характеристики $H_c(B)$ на динамику учитывается коэффициентами, привязанными к реальным физическим параметрам:

$$K_{\text{н}} = \mu_{\text{max}} / \mu_6; K_{\text{нд}} = H_c / H_1, \quad (11)$$

$K_{\text{н}}$ – коэффициент нелинейности, возрастающий с насыщением безгистерезисной кривой; на рис 4, а приведены зависимости $h_{\text{бр}}(b)$ [4] при различных $K_{\text{н}}$;

$K_{\text{нд}}$ – коэффициент неоднозначности гистерезисной характеристики $H_r(B)$; при этом H_c – коэрцитивная сила [4];

$\mu_{\text{max}} = B_1/H_1$ – максимальная магнитная проницаемость материала;

B_1 и H_1 – координаты конца линейного участка зависимости $H_{\text{бр}}(B)$ [4];

$\mu_6 = B_{\text{мс}}/H_{\text{мс}}$ – базисная магнитная проницаемость материала, соответствующая режиму перемагничивания ШС; $H_{\text{мс}} = H(B_{\text{мс}})$; $B_{\text{мс}}$ – амплитуда средней по сечению магнитной индукции.

Для определения \mathbf{v} желательна аналитическая форма представления структурных составляющих (10). Для описания $h_{\text{бр}}(b)$ воспользуемся аппроксимацией, предложенной в [15]. Для зависимости $h_r(b)$ – дифференциальной моделью пульсирующего гистерезиса, удовлетворяющей правилам Маделунга [16, 17].

С учетом (8), (9) уравнение (7) преобразуется к нормализованному виду:

$$\frac{1}{\xi_x^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\mathbf{v}(b) \cdot \frac{\partial b}{\partial x} \right) + \frac{1}{\xi_y^2} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\mathbf{v}(b) \cdot \frac{\partial b}{\partial y} \right) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\partial b}{\partial \tau}, \quad (12)$$

где: ξ_x ; ξ_y – коэффициенты динамики [10], отвечающие за развитие поверхностного эффекта по осям «x» и «y», соответственно:

$$\xi_x = l_x \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_6 \cdot \gamma_y}; \xi_y = l_y \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_6 \cdot \gamma_x}, \quad (13)$$

Анализ левой части уравнения (12) показывает, что степень участия в динамических процессах каждого из линейных размеров зависит от отношения «весовых» коэффициентов: $(1/\xi_x^2)$ и $(1/\xi_y^2)$. При этом большее влияние на динамику всегда оказывает меньший из коэффициентов ξ .

Для отдельной пластины: $l_x = d$; $l_y = L_y$, при $d \ll L_y$ (рис. 1, а); $\gamma_x = \gamma_y = \gamma_{\text{ст}}$ – удельная электропроводность стали. Тогда:

$$\xi_x = d \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_6 \cdot \gamma_y}; \xi_y = L_y \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_6 \cdot \gamma_x}; \xi_x / \xi_y = d / L_y \text{ и } \xi_x \ll \xi_y.$$

Умножая почленно левую и правую часть уравнения (12) на $(\xi_x)^2$, получаем после преобразования расчетное дифференциальное уравнение проникновения электромагнитного поля в прямоугольную стальную пластину в канонической форме:

$$\mathbf{v} \cdot \left(\frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial x^2} + \frac{1}{\text{ш}^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{b}} \cdot \left(\left(\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{\text{ш}^2} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial y} \right)^2 \right) = \frac{\xi_x^2}{\pi} \cdot \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{t}}, \quad (14)$$

где $\kappa = \xi_y / \xi_x \gg 1$.

Для шихтованного пакета пластин: $l_x = L_x$; $l_y = L_y$ – и оба линейных размера соизмеримы (Рис. 1, а); $\gamma_y = \gamma_{\text{ст}}$; $\gamma_x = \gamma_{\text{мл}}$ – удельная межлистовая электропроводность.

ГОСТ [18] нормирует коэффициент сопротивления изоляционного покрытия $R_{\text{и}}$, как статистическую величину, определяемую на тестере Франклина. Фактически это измеряемое методом амперметра и вольтметра сопротивление на единицу площади однослойной изоляции стальной пластины при фиксированном давлении на электроды. Для отечественных текстурованных сталей $R_{\text{и}} \geq 20 \text{ Ом} \cdot \text{см}^2$.

Рассчитаем эквивалентную величине $R_{\text{и}}$ удельную межлистовую электропроводность пакета пластин $\gamma_{\text{мл}}$. Учитывая, что изоляция пластин двухсторонняя, удельное сопротивление межливостовой изоляции:

$$\rho_{\text{мл}} = 2 \cdot R_{\text{и}} / d, \text{ а удельная электропроводность: } \gamma_{\text{мл}} = 1 / \rho_{\text{мл}}.$$

При $d = 0,3 \text{ мм}$ $\rho_{\text{мл}} \geq 13,3 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Тогда: $\gamma_{\text{мл}} \leq 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ См/м}$ при $\gamma_{\text{ст}} = 2 \cdot 10^6 \text{ См/м}$.

Для пакета пластин коэффициенты динамики по осям координат:

$$\xi_x = L_x \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_6 \cdot \gamma_{\text{ст}}}; \xi_y = L_y \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_6 \cdot \gamma_{\text{мл}}}; \xi_y / \xi_x = L_y / L_x \cdot \sqrt{\gamma_{\text{мл}} / \gamma_{\text{ст}}},$$

при этом всегда справедливо: $\xi_y \ll \xi_x$.

При наличии у ШС прямоугольного поперечного сечения межливостовой электропроводности расчетное дифференциальное уравнение динамических процессов в пакете пластин принимает вид, симметричный уравнению (14) для пластины, но с коэффициентом динамики ξ_y в правой части:

$$\mathbf{v} \cdot \left(\frac{1}{\chi^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{b}} \cdot \left(\frac{1}{\chi^2} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial y} \right)^2 \right) = \frac{\xi^2}{\pi} \cdot \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \tau}, \quad (15)$$

где $\kappa = \xi_x / \xi_y \gg 1$.

Записанные в безразмерных координатах уравнения (14), (15) позволяют свести динамические процессы (при заданной форме магнитного потока) к зависимости от коэффициентов K_n ; $K_{нд}$ и ξ .

IV. Результаты расчета ЭМП в тонкой пластине

Динамические процессы в ШС во многом определяются особенностями проникновения ЭМП в стальных пластинах сердечника. Поэтому исследование влияния различных факторов на поверхностный эффект и потери производим для отдельной пластины ШС.

Поскольку толщина пластин ШС много меньше ширины $d \ll L_y$; $1/\chi^2 \rightarrow 0$, для тонкой пластины у уравнения (14) остается зависимость только от одной пространственной координаты « x » вдоль толщины d :

$$\mathbf{v} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial x^2} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{b}} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x} \right)^2 = \frac{\xi_x^2}{\pi} \cdot \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \tau}, \quad (16)$$

Решение краевой задачи ЭМП для отдельной тонкой пластины с синусоидальной формой средней по сечению магнитной индукции на основе расчетного уравнения (16) производим численным итерационным методом прогонки с релаксацией по \mathbf{v} при неявно заданных граничных условиях [19].

Для учета влияния гистерезиса сравниваем результаты моделирования при полной структуре $\mathbf{v}(b)$ (9) и при отсутствии гистерезиса. При этом относительные величины полных удельных потерь p_n рассчитаны с использованием зависимости $H_{гр}(B_c)$ [4], удельных гистерезисных потерь p_r – по амплитудным значениям петли, а удельных потерь на ВТ p_v определяется, как разность полных и гистерезисных потерь: $p_v = p_n - p_r$.

Исследования проводились в диапазоне значений: $\xi = (0 \div 4)$; $K_n = (1 \div 50)$. Учитывалось, что для современных электротехнических сталей вдоль НП – $K_{нд} \leq 1$, поперек НП – $K_{нд} < 3$.

Численные расчеты показали, что при $K_n > 1$ влияние гистерезиса сводится к незначительному снижению динамического перераспределения магнитного поля и потерь на ВТ. На рис. 2, б представлены зависимости $\delta p_r(\xi)$ при $K_{нд} = 3$ и различных $K_n = \text{const}$, где $\delta p_r = (p_v/p_v^r - 1) \cdot 100\%$ – относительная погрешность расчета потерь на ВТ в пластине без учета гистерезиса; p_v^r , p_v – потери на ВТ соответственно при учете и отсутствии гистерезиса. Для кривых $\delta p_r(\xi)$ характерно наличие отрицательного экстремума δp_r , значения которого уменьшаются с ростом K_n .

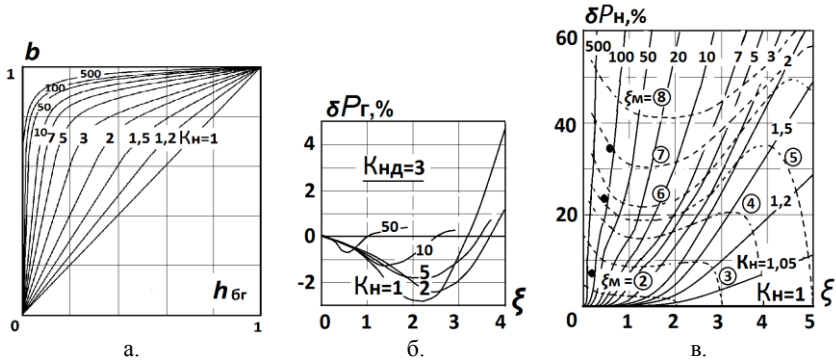


Рис. 2. Зависимости для различных $K_n = \text{const}$: $h_{гр}(b)$ (а); $\delta P_r(\xi)$ (б); $\delta P_n(\xi)$ (в) – точками отмечены значения, полученные в работе [11]

Для предъявляемых к электротехническим сталям условий по динамике, соответствующих значениям $\xi_m < 2$, влияние гистерезиса даже при наибольших значениях коэффициента $K_{нд}$ не выходит за пределы снижения вихревых потерь на $\delta P_r = -(2 \div 3) \%$ (рис. 2, б).

Исследование влияния нелинейности на распределение магнитного поля и вихретоковые потери p_v производим с использованием зависимости $v(b)$ (9) без учета гистерезиса. Диапазон значений K_n расширяем до $K_n = (1 \div 500)$ (рис. 2, а).

Полученное в результате численных расчетов семейство зависимостей $\delta P_n(\xi)$ на рис. 2, в характеризуют процентное увеличение удельных потерь на ВТ по отношению к линейному случаю ($K_n = 1$) с ростом динамики перемагничивания при различных $K_n = \text{const}$.

При $K_n = 1$ значения p_v совпадают с рассчитанными по формуле удельных потерь на ВТ в проводящей пластине при $\mu = \text{const}$ [10]. Пунктиром на рис. 2, в обозначены линии максимального значения коэффициента динамики ξ_m для различных $\xi_m = \text{const}$. Их пересечение с кривыми $\delta P_n(\xi)$ при различных $K_n = \text{const}$ указывают на фактическое ограничение наибольших процентов увеличения потерь на вихревые токи δP_n , вызванных влиянием нелинейности при данном значении ξ_m . Так при $\xi_m = 2$ даже для $K_n = 500$ увеличение потерь $\delta P_n \leq 4 \%$ (рис. 2, в).

Публикуемые в работах [2, 10, 11] высокие значения увеличения потерь δP_n , достигающие $\delta P_n = (50 \div 70) \%$ имеют чисто теоретическое значение. На рис. 2, в они соответствуют значениям $\xi_m = (7 \div 8)$ и более. Реальные причины аномального увеличения потерь на ВТ связаны с наличием у текстурованных сталей крупной полосовой ДС и являются следствием динамических процессов упругого движения доменных границ

[3]. Характер влияния нелинейности кривой $h_{gr}(b)$ на распределение ЭМП и вихревые потери иллюстрируется эпюрами распределения магнитной индукции $b(x)$ в разные моменты времени на половине толщины пластины, представленными на рис. 3, а-в. Рассмотрен предельный случай проникновения ЭМП в пластину при резком поверхностном эффекте - $\xi_m = 4$ [10], выходящий за рамки условий ($\xi_m < 2$).

В линейном режиме ($K_n = 1$; $\xi = \xi_m$; рис. 3, а) наблюдается многократное возрастание амплитуды индукции b_m на поверхности, в центре пластины ее уровень значительно снижен. Эти результаты находятся в полном соответствии с представленными в [10] аналитическими зависимостями. С ростом насыщения коэффициент динамики ξ уменьшается (рис. 3, а-в): $\xi = \xi_m / \sqrt{K_n}$. Даже небольшая нелинейность $K_n = 2$ ($\xi = 2,83$) на рис. 3, б существенно снижает перераспределение амплитуды b_m по толщине пластины. Увеличение коэффициента нелинейности до $K_n = 100$ и $\xi = 0,4$ (рис. 3.в) практически выравнивает распределение $b_m(x)$, но резко увеличивает несинусоидальность $b(\tau)$ по слоям пластины [20].

Таким образом, действие нелинейности $h_{gr}(b)$ двоякое:

- обеспечивает полное проникновение магнитного поля по толщине пластин;
- увеличивает вихрековые потери за счет высших гармоник в зависимостях $b(\tau)$ во внутренних слоях пластин при сохранении синусоидальной средней по сечения магнитной индукции $b_{cp}(\tau)$.

В. Результаты расчета ЭМП

в слоистом пакете прямоугольного сечения

При расчете ЭМП и потерь в ШС от межлистовой электропроводности слоистый пакет пластин прямоугольного сечения заменяется эквивалентным сплошным, выполненным из однородного материалом с линейной 90° анизотропией электропроводности с осями анизотропии: в плоскости шихтовки с удельной электропроводностью $\gamma_{ст}$ и перпендикулярно плоскости шихтовки - $\gamma_{мл}$. В качестве безгистерезисной магнитной характеристики используется амплитудная зависимость $h_{tr}(b_c)$ пластины [4].

Такая замена слоистой среды «средненной» [21] сплошной возможна только в принятой постановке задачи:

- плоскопараллельного магнитного поля;
- согласованной шихтовке пластин;
- расположения вектора \vec{B} в плоскости прокатки пластин, то есть при отсутствии составляющей магнитной индукции B_n , перпендикулярной плоскости шихтовки.

Проведенные исследования особенностей динамических процессов от нормальной составляющей магнитного потока в ШС [22, 23] свидетельствуют о резком поверхностном эффекте, происходящем в плоскости пла-

стин при уровнях динамики $\xi_z > 10$. Коэффициент динамики ξ_z зависит от ширины пластин и магнитной проницаемости μ_{\perp} в перпендикулярном направлении к плоскости прокатки. Значения μ_{\perp} на несколько порядков ниже, чем в направлении прокатки. Поэтому предлагаемое в работе [21] «осреднение» слоистой структуры пакета пластин для общего случая направления вектора \vec{B} является неприемлемым.

В уравнении (15) при $\xi_x/\xi_y \approx \gamma_{ст}/\gamma_{мл} \gg 1$ также можно положить $1/\kappa^2 \rightarrow 0$ и расчетное уравнение принимает вид, симметричный (16), с зависимостью от одной координаты «y» вдоль ширины пластин L_y :

$$\mathbf{v} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial y^2} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{b}} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial y} \right)^2 = \frac{\xi_y^2}{\pi} \cdot \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \tau}. \quad (17)$$

Результаты исследования влияния нелинейности и динамики, определяемой коэффициентами K_n и ξ , проведенного для отдельной пластины, распространяются и на пакет пластин. При этом соотношение коэффициентов динамики пластины $\xi_{пл}$ и пакета пластин $\xi_{пк}$ даже при ширине пластин $L_y = 0,5$ м и толщине $d = 0,3$ мм:

$$\xi_{пк} / \xi_{пл} = L_y / d \cdot \sqrt{\frac{\gamma_{мл}}{\gamma_{ст}}} < 0,3. \quad (18)$$

Это означает, что для потерь на вихревые токи в ШС от межлистовой электропроводности максимальные значения $\xi_{м.пак} < 0,6$ и процессы динамики приближены к линейным.

В соответствии с (18) и результатами [2] отношение удельных потерь на ВТ пакета $p_{пк}$ и пластины $p_{пл}$ даже при ширине пластин $L_y = 0,5$ м подчиняется неравенству:

$$p_{пк} / p_{пл} = \left(\xi_{пк} / \xi_{пл} \right)^2 < 0,1.$$

Представляют практический интерес значения κ , при которых возможно пренебречь динамическими процессами вдоль одной координат прямоугольного сечения задачи ЭМП «пластины» или «пакета». При значениях $\xi_m < 2$ и различных K_n проведено сравнение результатов расчета удельных вихретоковых потерь p_2 для двухмерной задачи при различных значениях κ с использованием уравнения (14) и потерь p_1 – для одномерной постановки задачи – с уравнением (16).

На рис. 3, г представлена зависимость $p_2/p_1(\kappa)$, характер которой во всем диапазоне значений K_H остается практически неизменным. Расчеты показали, что уже при $\kappa = 10$ отличие значений потерь p_1 и p_2 составляет менее 2 %, а при $\kappa = 20$ – менее 0,5 %.

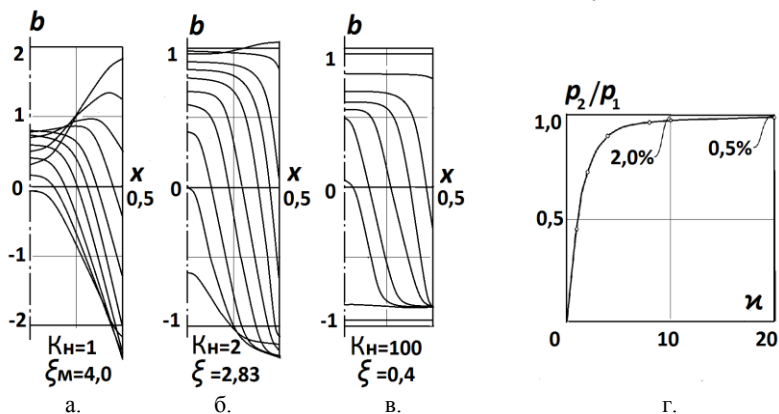


Рис. 3. Эпюры $b(x)$ в стальной пластине при $\xi_M = 4$ и различных $K_H = \text{const}$ через равные промежутки времени за половину периода (а; б; в); зависимость $p_2/p_1(\kappa)$ (г)

Для задачи «пластины» $\kappa = L_y/d$. Это означает, что при отношении $L_y/d \geq 10$ при рассмотрении динамических процессов и удельных потерь в пластине можно использовать представленные выше результаты обобщенного анализа. Так, на основе результатов расчета плоской задачи магнитостатики [5] всегда можно разделить магнитопровод на области $L_y/d \geq 10$; $L_z/d \geq 10$, в пределах которых магнитное поле может быть аппроксимировано, как однородное и плоскопараллельное.

Для задачи «пакета» $\kappa = L_x/L_y\sqrt{\gamma_{ст}/\gamma_{мл}} \gg 10$ всегда. Появляется возможность распространить результаты на ШС мощных силовых трансформаторов со ступенчатым сечением (рис. 1, в). Линейные размеры поперечного сечения (L_{xi} ; L_{yi}) отдельных секций пакета могут отличаться более, чем на порядок. Даже при таких условиях для всех секций справедливо $\kappa > 100$, что позволяет определять потери на ВТ от межлистовой электропроводности для каждой секции ступенчатого пакета независимо с использованием линейной формулы удельных потерь [2,10].

VI. Обсуждение результатов

В настоящей работе исследованы динамические явления в нелинейном анизотропном шихтованном сердечнике. Задача электромагнитного поля сведена к совокупности независимых двухмерных пространственных

задач стальной пластины и слоистого сердечника с наличием межлистовой электропроводности. Низкий уровень динамики от межлистовой электропроводности и протекание вихревых токов «пластин» и «пакета» во взаимно перпендикулярных направлениях при $\kappa \gg 10$ подтверждает правомерность принятия допущения о суперпозиции этих процессов.

Влияние магнитной анизотропии при этом ограничивается использованием скалярной характеристики намагничивания в направлении намагничивания.

VII. Выводы

Использование безразмерных координат и нормализованных магнитных характеристик позволило установить общие закономерности нелинейного поверхностного эффекта в шихтованных сердечниках для текстурованных сталей на промышленной частоте:

1) для рассматриваемых динамических процессов в плоскостлой среде зависимость удельных вихревых потерь от соотношения линейных размеров сводится к зависимости от соответствующих коэффициентов динамики в сторону меньшего из них; при отличии более, чем в десять раз, влиянием большего коэффициента динамики на распределение магнитного поля и удельные потери можно пренебречь;

2) в отдельных пластинах пакета при неизменном магнитном потоке удельные вихревые потери зависят только от их толщины и удельной электропроводности стали; дополнительные удельные потери на вихревые токи в пакете пластин – только от ширины пластин и удельной межлистовой электропроводности;

3) влиянием магнитного гистерезиса на вихревые токи в шихтованных сердечниках силовых трансформаторов можно пренебречь, а нелинейность магнитных свойств незначительно увеличивает удельные потери на вихревые токи даже при больших уровнях насыщения стали.

© Калинин Е.В., 2020

Библиографический список

- [1] Лизунов С.Д. Итоги Сессии СИГРЭ 1988г. Трансформаторостроение // Электричество. 1989. № 8. С. 37-45.
- [2] Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981. – 392 с.
- [3] Зайкова В.А., Старцева И.Е., Филиппов Б.Н. Доменная структура и магнитные свойства электротехнических сталей. М.: Наука, 1992. – 272 с.
- [4] Калинин Е.В. Магнитное поле в анизотропном шихтованном сердечнике. Рекомендации к определению степени магнитной анизотропии холоднокатаных электротехнических сталей // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2018. № 2 (121). С. 96-105.

- [5] Калинин Е.В. Магнитное поле в анизотропном шихтованном сердечнике. Ч. 2. Экспериментальное обоснование применения при расчетах магнитного поля векторных характеристик намагничивания холоднокатанных электротехнических сталей // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2018. №3 (122). С. 71-80.
- [6] Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В. Критериальная оценка электромагнитных явлений в ферромагнитной пластине с прямоугольным циклом // Электричество. 1980. № 4. С. 58-61.
- [7] Захаров В.А., Попов Э.И., Шайдюк Л.П. К расчету процесса динамического перемагничивания проводящего ферромагнитного листа // Электричество. 1984. № 11. С. 64 – 66.
- [8] Черкашин Ю.С. Процесс и энергия намагничивания листового магнитопровода при прямоугольном напряжении // Электричество. 1978. № 6. С. 60-64.
- [9] Coulson M.A., Simpson R.R.S., Slater R.D., Wood W.S. Eddy current losses in steel taking into account the effect of hysteresis // International Symposium on electro-dynamics. Forces and losses in transformers. Part 2, 1979, Lodz, Poland. P. 229-242.
- [10] Ламмеранер Й., Штафль М. Вихревые токи. Москва: Энергия, 1967. – 208 с.
- [11] Болдырев Е.А., Зихерман М.Х., Камнева Н.П. Переменное электромагнитное поле в проводящем листе с нелинейной магнитной проницаемостью // Электричество. 1974. № 3. С. 61-66.
- [12] Калинин Е.В., Любвиный В.И. Расчет потерь на вихревые токи в массивных и шихтованных ферромагнитных сердечниках // «Электропривод и автоматизация в машиностроении». М.: ВЗМИ, 1980. С. 138-143.
- [13] Поливанов К.М. Электродинамика вещественных сред. М.: Энергоатомиздат, 1988. – 288 с.
- [14] Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. Для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1967. – 608 с.
- [15] Калинин Е.В. Нормализованный подход к моделированию потерь на перемагничивание в листовой электротехнической стали // «Электрооборудование промышленных установок», 1986, Горький, СССР. Горький: ГПИ. С. 159-164.
- [16] Глухов В.П., Шмидт Р.К. Нормализация характеристик намагничивания. Рига: Зинатне, 1974. – 195 с.
- [17] Дикань А.И., Калинин Е.В. Оценка точности расчета ферромагнитных устройств на основе дифференциальных уравнений намагничивания // Науч.-техн. конф. «Вентильные преобразователи с улучшенными энергетическими показателями», 1977, Горький, СССР. С. 49-50.
- [18] ГОСТ 12119.8-98. Сталь электротехническая. Методы определения магнитных и электрических свойств. Метод измерения коэффициента сопротивления изоляционного покрытия. Введ. 1999-07-01. М.: Изд-во стандартов, 1999. – 4 с.
- [19] Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977. – 440 с.
- [20] Потапов Л.А., Маклаков В.В. К вопросу об изменении магнитной проницаемости в массивном магнитопроводе // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2001. № 4-5. С. 9-13.
- [21] Колесников Э.В. Локальная структура и аппроксимация полей (Ч. 3) // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2001. № 1. С. 3-13.

- [22] Yagisawa T., Takekoshi Y., Wada S. Magnetic properties of laminated steel sheets for normal fluxes // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 1982. № 26. P. 340-342.
- [23] Калинин Е.В., Чивенков А.И. Резкий поверхностный эффект в стыках шихтованных сердечников силовых трансформаторов // *Интеллектуальная электротехника*. 2019. № 4. С. 52-67.

E.V. Kalinin

MODEL OF LOSSES IN LAMINATED CORES OF POWER TRANSFORMERS

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev
Nizhny Novgorod, Russia

Abstract. The dynamic processes of magnetization reversalization of laminated magnetic systems of power transformers are analyzed by the method of numerical calculations of the electromagnetic field in a layered medium with nonlinearity of magnetic properties and the presence of inter-sheet electrical conductivity. The influence of the complex nature of the magnetic properties of textured electrical steels on losses in the magnetic cores is investigated. The results of calculating the nonlinear surface effect in laminated cores made of anisotropic silicon steels are proposed based on a normalized approach to the magnetic characteristics of the material and the dynamics of magnetization reversal. Mechanisms of a generalized approach have been developed to develop recommendations for the optimal use of sheet electrical steel in the cores of power transformers. The features of the formation of losses in a nonlinear anisotropic plane-layered medium in relation to the magnetization reversal conditions of laminated magnetic systems of power transformers. The influence on the distribution of the magnetic field and the loss of anisotropy and non-linearity of magnetic properties, the linear dimensions of the cross section of the layered core and the magnetization reversal dynamics are divided using two generalized parameters: the nonlinearity coefficient K_n and the dynamics coefficient ξ .

Keywords: cold rolled electrical steel, dynamic coefficient, eddy current loss, electromagnetic field, hysteresis, inter-sheet electrical conductivity, laminated core, magnetic anisotropy, nonlinearity, power transformers.

References

- [1] S.D. Lizunov, "Results of the 1988 session of CIGRE. Manufacture of transformers", *Elektrichestvo*, vol. 8, pp. 37-45, Aug. 1989.
- [2] L.V. Leites, *Elektromagnitnye raschety transformatorov i reaktorov [Electromagnetic calculations of transformers and reactors]*. Moscow: Energy, 1981 (in Russian).

- [3] V.A. Zaykova, I.E. Startseva and B.N. Filippov, *Domennaya struktura i magnitnyye svoystva elektrotekhnicheskikh staley [Domain structure and magnetic properties of electrical steel]*. Moscow: Nauka, 1992 (in Russian).
- [4] E.V. Kalinin, "Magnetic field in an anisotropic laminated magnetic core. Part 1. Recommendations for determining the degree of magnetic anisotropy of cold-rolled electrical steels", *Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev*, no. 2 (121), pp. 96-105, 2018.
- [5] E.V. Kalinin, "Magnetic field in an anisotropic laminated magnetic core. Part 2. Experimental substantiation of application at calculations of magnetic field of the vector magnetization characteristics of cold-rolled electrical steels", *Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev*, no. 3 (122), pp. 71-80, 2018.
- [6] A.V. Ivanov-Smolensky and Yu.V. Abramkin, "Kriterial'naya ocenka elektromagnitnykh yavleniy v ferromagnitnoj plastine s pryamougol'nym ciklom [Criteria assessment of electromagnetic phenomena in a ferromagnetic plate with a rectangular cycle]", *Elektrichestvo*, vol. 4, pp. 58-61, 1980 (in Russian).
- [7] V.A. Zakharov, E.I. Popov and L.P. Shaydyuk, "K raschetu processa dinamicheskogo peremagnichivaniya provodyashchego ferromagnitnogo lista [To the calculation of the process of dynamic magnetization reversal of a conductive ferromagnetic sheet]", *Elektrichestvo*, vol. 11, pp. 64-66, 1984 (in Russian).
- [8] Yu.S. Cherkashin, "Process i energiya namagnichivaniya listovogo magnetoprovoda pri pryamougol'nom napryazhenii [The process and magnetization energy of a sheet magnetic circuit at a rectangular voltage]", *Elektrichestvo*, vol. 6, pp. 60-64, 1978 (in Russian).
- [9] M.A. Coulson, R.R.S. Simpson, R.D. Slater and W.S. Wood, "Eddy current losses in steel taking into account the effect of hysteresis", in proc. *International Symposium on electrodynamic. Forces and losses in transformers*. Part 2, 1979, Lodz, Poland, pp. 229-242.
- [10] J. Lammeraner and M. Shtafel, *Vikhrevyye toki [Eddy Currents]*. Moscow: Energiya, 1967 (in Russian).
- [11] E.A. Boldyrev, M.Kh. Ziherman and N.P. Kamneva, "Peremennoe elektromagnitnoe pole v provodyashchem liste s nelinejnoy magnitnoy pronicaemost'yu [Alternating electromagnetic field in a conductive sheet with non-linear magnetic permeability]", *Elektrichestvo*, vol. 3, pp. 61-66, 1974 (in Russian).
- [12] E.V. Kalinin and V.I. Lyubivyy, "Raschet poter' na vikhrevyye toki v massivnykh i shihtovannykh ferromagnitnykh serdechnikakh [Calculation of eddy current losses in massive and laminated ferromagnetic cores]", in proc. *Elektroprivod i avtomatizatsiya v mashinostroenii [Electric drive and automation in mechanical engineering]*. Moscow, 1980, pp. 138-143 (in Russian).
- [13] K.M. Polivanov, *Elektrodinamika veshchestvennykh sred [Electrodynamics of material media]*. Moscow: Energoatomizdat, 1988 (in Russian).
- [14] I.N. Bronstein and K.A. Semendyaev, *Spravochnik po matematike. Dlya inzhenerov i uchashchihsya vtuzov [Math reference. For engineers and students of technical colleges]*. Moscow: Nauka, 1967 (in Russian).
- [15] E.V. Kalinin, "Normalizovannyj podhod k modelirovaniyu poter' na peremagnichivanie v listovoj elektrotekhnicheskoy stali [Normalized approach to modeling loss on remaking in sheet electrical steel]", in proc. *Elektrooborudovanie*

- promyshlennyh ustanovok [Electrical Equipment for Industrial Installations]*. Gorky, USSR, 1986, pp. 159-164 (in Russian).
- [16] V.P. Glukhov and R.K. Schmidt, *Normalizatsiya harakteristik namagnichivaniya [Normalization of magnetization characteristics]*. Riga: Zinatne, 1974 (in Russian).
- [17] A.I. Dikan' and E.V. Kalinin, "Ocenka tochnosti rascheta ferromagnitnyh ustrojstv na osnove differentsial'nyh uravnenij namagnichivaniya [Evaluation of the accuracy of calculation of ferromagnetic devices based on differential equations of magnetization]", in proc. *Ventil'nye preobrazovateli s uluchshennymi energeticheskimi pokazatelyami [Enhanced Energy Valve Converters]*. Moscow, 1977, pp. 49-50 (in Russian).
- [18] Electrical steel. Methods of test for magnetic and electrical properties. Method for measurement of resistance ratio of insulating coating, GOST 12119.8-98, July 1999.
- [19] S.K. Godunov and V.S. Ryabenky, *Raznostnye skhemy [Difference schemes]*. Moscow: Nauka, 1977 (in Russian).
- [20] L.A. Potapov and V.V. Maklakov, "K voprosu ob izmenenii magnitnoj pronicaemosti v massivnom magnitoprovode [On the change in magnetic permeability in a massive magnetic circuit]", *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Elektromekhanika [Russian Electromechanics]*, vol. 4-5, pp. 9-13, 2001 (in Russian).
- [21] E.V. Kolesnikov, "Lokal'naya struktura i approksimatsiya polej (Ch. 3) [Local structure and approximation of fields (Part 3)]", *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Elektromekhanika [Russian Electromechanics]*, vol. 1, pp. 3-13, 2001 (in Russian).
- [22] T. Yagisawa, Y. Takekoshi and S. Wada, "Magnetic properties of laminated steel sheets for normal fluxes", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, no. 26, pp. 340-342, 1982
- [23] E.V. Kalinin and A.I. Chivenkov, "Sharp surface effect in joints of laminated cores of power transformers", *Smart Electrical Engineering*, vol. 4, pp. 52-67, Dec. 2019.