

---

---

## ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА

---

---

УДК 621.314

EDN: OWBZAU

### ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПАКЕТА СТАЛЬНЫХ ПЛАСТИН В НАПРАВЛЕНИИ НОРМАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОТОКА

**Е.В. Калинин**e-mail: [chernmaza@yandex.ru](mailto:chernmaza@yandex.ru)Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева  
*Нижний Новгород, Россия***А.И. Чивенков**ORCID: 0000-0001-7578-8232 e-mail: [chyvenkov@mail.ru](mailto:chyvenkov@mail.ru)Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева  
*Нижний Новгород, Россия*

Анализируются возможности определения магнитной проницаемости  $\mu_n = \mu^0 \cdot \mu_n'$  от нормальной составляющей магнитного потока  $\Phi_n$ , необходимой при 3D расчетах дополнительных потерь на вихревые токи в ламинированных сердечниках мощных силовых электроэнергетических устройств. Показана неоправданность использования в известных работах представлений о слоистой магнитной цепи с коэффициентом заполнения пакета сталью  $K_3$  когда из-за асимптотического характера зависимости  $\mu_n(K_3)$  неточность при определении  $K_3$  на 1% ведет к изменению значения  $\mu_n$  на 100% и более. Предлагается энергетический подход – через удельные потери на вихревые токи  $p_v$  от действия потока  $\Phi_n$  в пакете прямоугольных пластин и аналитические выражения, связывающие  $\mu_n$  с потерями  $p_v$  и параметром динамики  $\xi$  в условиях резкого поверхностного эффекта. С использованием ваттметрового способа на частоте  $f = 50$  Гц при амплитуде магнитной индукции  $B_m \leq 0,1$  Тл определяются значения относительной проницаемости  $\mu_n'$  на образцах холоднокатаных сталей (40x80) мм. Для стали марки 08ПС толщиной  $d = 0,91$  мм без изолирующего покрытия и с немагнитными прокладками различной толщины в диапазоне  $K_3 = (0,9 \dots 1,0) - \mu_n' \geq (90 \dots 100)$ ; для трансформаторной стали марки 3406,  $d = 0,3$  мм с покрытием  $K_3 = 0,96 - \mu_n' \geq 60$ .

**Ключевые слова:** вихревые токи, ламинированный сердечник, магнитная проницаемость, нормальная составляющая магнитного потока, параметр динамики, резкий поверхностный эффект, стальная пластина.

Для цитирования: Калинин Е.В., Чивенков А.И. Характеризация магнитной проницаемости пакета стальных пластин в направлении нормального магнитного потока // Интеллектуальная электротехника. 2024. № 2. С. 83-104. EDN: OWBZAU

## CHARACTERIZATION OF MAGNETIC PERMEABILITY OF STEEL PLATES PACKAGE IN DIRECTION OF NORMAL MAGNETIC FLUX

**E.V. Kalinin**

e-mail: [chernmaza@yandex.ru](mailto:chernmaza@yandex.ru)

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev  
*Nizhny Novgorod, Russia*

**A.I. Chivenkov**

ORCID: [0000-0001-7578-8232](https://orcid.org/0000-0001-7578-8232) e-mail: [chyvenkov@mail.ru](mailto:chyvenkov@mail.ru)

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev  
*Nizhny Novgorod, Russia*

**Abstract.** The paper presents the possibilities of determining the magnetic permeability  $\mu_n = \mu^0 \cdot \mu_n'$  from the normal component of the magnetic flux  $\Phi_n$ . It is necessary for 3D calculations of additional eddy current losses in laminated cores of high-power electric power devices. It is shown that it is unjustified to use the concepts of a layered magnetic circuit with a stacking factor  $K_3$  presented in well-known studies, when due to the asymptotic nature of the dependence  $\mu_n(K_3)$ , an inaccuracy in determining the  $K_3$  by 1% leads to a change in the value  $\mu_n$  by 100% or more. An energy approach is proposed – through a specific eddy currents loss  $p_e$  from the action of the flow  $\Phi_n$  in packages of rectangular plates and analytical expressions linking  $\mu_n$  with losses  $p_e$  and the dynamics parameter  $\xi$  in conditions of a sharp skin effect. The relative permeability values  $\mu_n'$  were determined using the wattmeter method at a frequency  $f = 50$  Hz with an amplitude of magnetic induction  $B_m \leq 0,1$  T on samples of cold-rolled steels (40x80) mm: 08PS grade with thickness  $d = 0.91$  mm without insulating coating and with non-magnetic gaskets of various thicknesses in the range of  $K_3 = (0.9 \dots 1.0) - \mu_n' \geq (90 \dots 100)$ ; transformer steel grade 3406,  $d = 0.3$  mm coated ( $K_3 = 0.96$ ) –  $\mu_n' \geq 60$ .

**Keywords:** eddy currents, laminated core, magnetic permeability, normal component of magnetic flux, dynamics parameter, sharp skin effect, steel plate

**For citation:** E.V. Kalinin and A.I. Chivenkov, “Characterization of magnetic permeability of steel plates package in direction of normal magnetic flux”, *Smart Electrical Engineering*, no. 2, pp. 83-104, 2024. EDN: OWBZAU

## 1. Введение

Повышенные требования к энергетическим характеристикам мощных силовых трансформаторов, турбо- и гидрогенераторов требуют совершенствования методов расчета, использования лучших марок листовых электротехнических сталей при наличии достоверных данных на их магнитные свойства, более глубокого понимания процессов перемагничивания ламинированных ферромагнитных сердечников [1-3].

Первая листовая сталь, используемая в магнитопроводах, имела значения относительной магнитной проницаемости  $\mu' = (100 \dots 300)$  [4, 5]. Развитие технологии холоднокатаных кремнистых сталей позволило добиться резкого повышения магнитных свойств в направлении прокатки, сопровождающегося также ростом магнитной анизотропии [1, 4, 5].

Магнитные свойства электротехнических сталей в плоскости прокатки от тангенциального магнитного потока  $\Phi_t$  хорошо изучены и представлены справочными данными. Максимальные значения  $\mu_t'$  современных анизотропных электротехнических сталей находятся в интервале  $(10^4 - 10^5)$ . При этом отсутствуют достоверные данные о магнитной проницаемости  $\mu_n'$  от нормального магнитного потока  $\Phi_n$  в перпендикулярном направлении к плоскости прокатки сталей.

Потоки  $\Phi_n$  рассеяния намагничивающих обмоток [6-8] и потоки в зонах стыков ламинированного сердечника [9-13] отличаются малыми значениями амплитуды магнитной индукции  $B_m$ , но являются причиной дополнительных потерь на вихревые токи  $P_v$  при резком поверхностном эффекте (РПЭ) в стальных пластинах. При общей тенденции снижения удельных потерь перспективных сталей растет доля этих дополнительных потерь, зависящих от удельной электропроводности, одинаковой для всех сталей с содержанием  $\approx 3\% Si$ .

3D расчеты электромагнитного поля в ламинированных сердечниках предполагают наличие тензора магнитной проницаемости  $\mu^{\wedge}$ , отражающего магнитные свойства сталей в 3-х измерениях [2, 6-10, 14-17].

## II. Анализ известных подходов

Приводимые для электротехнических сталей значения проницаемости  $\mu_n'$  в [7, 9-11, 18-21] и [13, 22, 23] существенно различаются.

В [18-22]  $\mu_n'$  находится, ограничиваясь представлениями о магнитной цепи с чередующимися стальными участками и немагнитными – толщиной  $\delta$  и проницаемостью  $\mu' = 1$ . Доля последних зависит от стягивающих усилий и растет с уменьшением толщины пластин  $d$ .

В процессе измерений определяется гомогенизированная (эквивалентная) проницаемость  $\mu_g'$  слоистой структуры [18, 20, 24], связанная с  $\mu_n'$ :

$$\mu'_g = \frac{1}{1 - K_3 \left(1 - \frac{1}{\mu'_n}\right)}, \quad (1)$$

где  $K_3 = d / (d + \delta)$  – коэффициент заполнения пакета сталью.

Известные исследования  $\mu'_n$  [19-23] имеют сходные признаки в намагничивании образцов электротехнических сталей: пакет прямоугольных пластин исследуемой стали зажимается в зазоре ламинированного ярма с намагничивающей обмоткой  $W_H$ , а магнитный поток  $\Phi_n$  создается за счет расположения пакета плоскостями пластин перпендикулярно магнитному потоку ярма  $\Phi_\tau$  (рис. 1а).

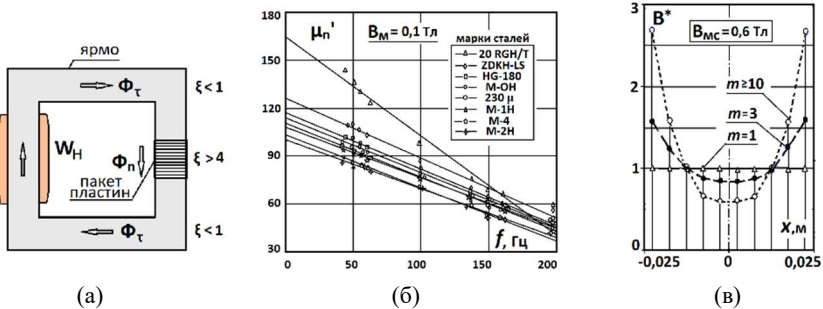


Рис. 1. Создание потока  $\Phi_n$  в пакете пластин [19-23] (а); зависимости  $\mu'_n(f)$  трансформаторных сталей [22] (б); зависимости  $B^*(x)$  по слоям  $m$  пакета при  $b = 50$  мм [23] (в);

Fig. 1. Creation of flux  $F_n$  in package of plates [19-23] (a); dependences  $\mu'_n(f)$  for transformers steels [22] (b); dependences  $B^*(x)$  in layers  $m$  of package at  $b = 50$  mm [23] (v)

В [19-21] пакеты пластин (50x50) мм исследуются на постоянном токе ( $f = 0$ ) для исключения влияния вихревых токов (ВТ). Для определения проницаемости  $\mu'_n$  используется зависимость, обратная (1):

$$\mu'_n = \frac{\mu'_g K_3}{1 - \mu'_g (1 - K_3)}. \quad (2)$$

В [21] для группы сталей с  $d = (0,5 \dots 0,1)$  мм измеренные значения  $\mu'_n$  находятся в диапазоне 13...34, снижаются с уменьшением  $d$  и коррелируют с расчетными значениями  $\mu'_g$  при  $K_3 = K_{3н}$  из равенства [18] (табл. 1):

$$\mu'_g = \frac{1}{1 - K_3}, \quad (3)$$

где  $K_{3н}$  – нормируемое (технологически достижимое) значение коэффициента  $K_3$ .

В [18] (3) следует из (1) при  $\mu_n' \rightarrow \infty$ .

*Таблица 1.*

**Измеренные и расчетные значения магнитной проницаемости [21]**

*Table 1.*

**Measured and calculated values of magnetic permeability [21]**

№	Марка стали	$d$ , мм	$K_{3н}$ , о.е.	$\mu_n'$ по (2)	$\mu_g'$ по (3)
1	M140-35S	0,35	0,97	34,3	33,33
2	M 100-30P	0,30	0,965	28,6	28,57
3	M 085-23P	0,23	0,955	20,9	22,22

В [22] для известных марок трансформаторных сталей толщиной  $d = (0,35 \dots 0,18)$  мм на пакетах полосовых образцов (30x280) мм при ширине зоны потока  $\Phi_n - 50$  мм проведены измерения в диапазоне частот  $f = (45 \dots 200)$  Гц с линейной экстраполяцией значений  $\mu_n'$  на  $f = 0$ . Получены значения проницаемости  $\mu_n' = (80 \dots 170)$  при  $B_m = 0,1$  Тл (рис. 1б); наблюдается достаточно плотное расположение линий  $\mu_n'(f)$  разных сталей с более высокими значениями  $\mu_n'$  для марок меньших толщин  $d$ .

Отмечается: нарастающее с частотой вытеснение магнитной индукции по ширине пластин; зависимость проницаемости  $\mu_n'$  и удельных потерь на ВТ  $p_v$  от коэффициента  $K_3$ . Для стали марки ZDKH при изменении от  $K_3 \leq 0,95$  (пакет не зажат) до  $K_3 \geq 0,97$  (пакет зажат) проницаемость растет с  $\mu_n' \approx 20$  до  $\mu_n' \approx 100$ , а потери  $p_v$  снижаются более, чем вдвое [22].

Анизотропная электротехническая сталь обладает крупной полосовой доменной структурой (ДС), чувствительной к условиям воздействия. Наибольшие ширина доменов и уровень магнитных свойств стали в статике ( $f = 0$ ). В динамике наблюдается дробление ДС. Формируется равновесная ДС, соответствующая условиям воздействия [25]. Определение магнитных свойств (в том числе  $\mu_n'$ ) следует проводить на промышленной частоте, при которой сталь эксплуатируется в силовых устройствах [3, 14, 26, 27].

При исследовании испытательных образцов стали на переменном токе ВТ ограничены размерами отдельных пластин [14, 27-30]. Вместо локальной магнитной характеристики стали –  $B_m(H_m)$  с проницаемостью материала  $\mu$  определяется магнитная характеристика «пластины», как устройства –  $B_{мс}(H_{мг})$  с проницаемостью «пластины»  $\mu_{пл}$ :

$$\mu = \mu^0 \cdot \mu' = \frac{B_M}{H_M}; \quad (4)$$

$$\mu_{пл} = \mu^0 \cdot \mu'_{пл} = \frac{B_{мс}}{H_{мг}}, \quad (5)$$

где  $B_M, H_M$  – амплитудные значения индукции  $B$  и напряженности магнитного поля  $H$  в локальном объеме;  $B_{мс}$  и  $H_{мг}$  – амплитудные значения средней по сечению пластины индукции и напряженности магнитного поля на границе (поверхности) стальной пластины;  $\mu^0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – проницаемость вакуума.

Соотношение характеристик «пластины»  $B_{мс}(H_{мг})$  и материала  $B_M(H_M)$  зависит от степени развития динамики.

Для электротехнической стали на частоте  $f = 50$  Гц и действии потока  $\Phi_n$  характеристики могут существенно различаться. В [23] при  $f = 50$  Гц проведены локальные измерения распределения магнитного поля и потерь в пакетах из 80 прямоугольных пластин трансформаторной стали размерами (50x100) мм и (25x100) мм под действием потока  $\Phi_n$ . Зависимости  $B^*(x) = B_M(x)/B_{мс}$  по ширине пластин  $b$  (рис. 1в, при  $b = 50$  мм;  $B_{мс} = 0,6$  Тл) указывают на РПЭ во внутренних слоях  $m$  пакета. Представлены зависимости  $\mu_{пл}(\mu)$  и  $P_b(\mu)$  для прямоугольной пластины:

$$\mu_{пл}(\mu) = \frac{L}{S} \sqrt{\frac{\mu}{2\pi f \gamma}}; \quad (6)$$

$$P_b(\mu) = hL (\pi f)^{3/2} \left( \frac{\Phi_n}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}}, \quad (7)$$

где  $L, h, S$  – длина, высота и площадь сечения пакета пластин;  $\gamma$  – удельная электропроводность материала.

Влияние слоистости структуры пакета пластин не рассматривается.

Необходимо установить взаимосвязь магнитной проницаемости  $\mu_n'$  с потерями на вихревые токи  $P_b$  при действии потока  $\Phi_n$  с учетом влияния слоистой структуры пакета пластин [13, 22, 23], зависимости динамических процессов от линейных размеров пластин [28]. Проницаемость  $\mu_n'$  следует определять на частоте, для которой предназначена испытываемая сталь [25, 26].

### III. Влияние динамики

При свободном проникновении синусоидального электромагнитного поля в «бесконечную» стальную пластину ( $b \ll L$ ) и  $\mu = \text{const}$  вытеснение магнитного поля по ширине пластины  $b$  зависит от обобщенного параметра динамики  $\xi$  [8, 26, 28-31]:

$$\xi = b\sqrt{\pi f \mu \gamma}. \quad (8)$$

На практике подстановкой проницаемости  $\mu_{пл}$  в (8) можно определить лишь значение параметра динамики «пластины»  $\xi_{пл}$ :

$$\xi_{пл} = b\sqrt{\pi f \mu_{пл} \gamma}. \quad (9)$$

Из (5), (9) при нормирующем условии  $B_{мс} = B_m$  устанавливаем зависимости  $\mu/\mu_{пл}(\xi)$  и  $\xi_{пл}(\xi)$  [14, 26, 27, 30] (рис. 2а и б – черным):

$$\frac{\mu}{\mu_{пл}} = \xi \sqrt{\frac{1 \operatorname{ch} \xi + \cos \xi}{2 \operatorname{ch} \xi - \cos \xi}}; \quad (10)$$

$$\xi_{пл} = \sqrt[4]{2 \xi^2 \frac{\operatorname{ch} \xi - \cos \xi}{\operatorname{ch} \xi + \cos \xi}}. \quad (11)$$

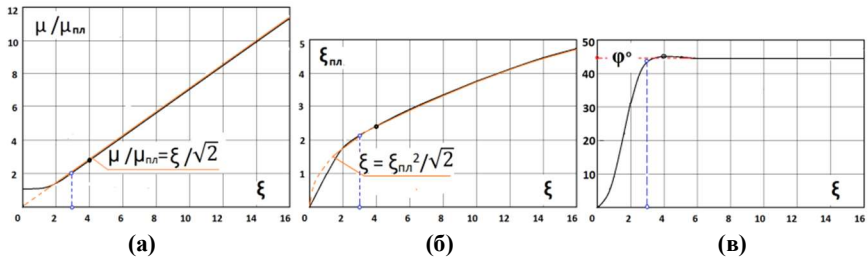


Рис. 2. Зависимости:  $\mu/\mu_{пл}(\xi)$  (а);  $\xi_{пл}(\xi)$  (б);  $\varphi(\xi)$  (в)

Fig. 2. Dependences:  $\mu/\mu_{пл}(\xi)$  (а);  $\xi_{пл}(\xi)$  (б);  $\varphi(\xi)$  (в)

При  $\xi \leq 1$  поверхностный эффект отсутствует. Магнитные характеристики «пластины» и материала совпадают [27-31]:  $\mu_{пл} = \mu$ ;  $\xi_{пл} = \xi$  (рис. 2а и б).

При РПЭ ( $\xi \geq 4$ ) [29]  $\frac{\operatorname{ch} \xi - \cos \xi}{\operatorname{ch} \xi + \cos \xi} \rightarrow 1$  и (10), (11) упрощаются (рис. 2а и б – красный цвет):

$$\frac{\mu}{\mu_{пл}} = \frac{\xi}{\sqrt{2}}; \quad (12)$$

$$\xi = \frac{\xi_{пл}^2}{\sqrt{2}}. \quad (13)$$

Для потока  $\Phi_r$  в ламинированном сердечнике за динамику отвечает толщина  $d$ . При  $f = 50$  Гц и  $\gamma = 2 \cdot 10^6$  См/м значения параметра динамики  $\xi$  по (8) близки к 1. Распределение магнитного потока по сечению пластин равномерное [27-31]. Для ходовой трансформаторной стали:  $d = 0,35 \cdot 10^{-3}$  м;  $\mu_r' = 3 \cdot 10^4 - \xi = 1,20$ ; для перспективной стали:  $d = 0,18 \cdot 10^{-3}$  м;  $\mu_r' = 8 \cdot 10^4 - \xi = 1,04$  [1,3].

Для потока  $\Phi_n$  ответственным за динамику линейным размером является ширина пластин  $b$ , размеры которой варьируют в широких пределах: (0,03...0,5) м. При  $\mu_n' \approx 80$  [22],  $f = 50$  Гц,  $\gamma = 2 \cdot 10^6$  См/м значения параметра динамики по (8)  $\xi = (5 \dots 90)$ . При  $\xi \geq 4$  магнитный поток проникает только в поверхностные слои по периметру пластин [29].

#### IV. Влияние слоистости

Экспериментальное определение  $H_{MG}$  для расчета  $\mu_{пл}$  по (5) затрудняется наличием слоистой структуры у пакета пластин с потоком  $\Phi_n$ . Известными методами (локальными датчиками  $H$  [14, 23], из уравнений магнитной цепи [18-22]) может быть определена амплитуда гомогенизированной напряженности  $H_{MG}$ , усредняющей амплитуды  $H_{MG}$  и  $H_{M0}$  напряженностей слоев на граничной поверхности пакета. На рис. 3а мгновенные значения напряженностей:  $H_g$  – гомогенизированная;  $H_r$  – в пластинах толщиной  $d$ ;  $H_0$  – в немагнитных промежутках толщиной  $\delta$ .

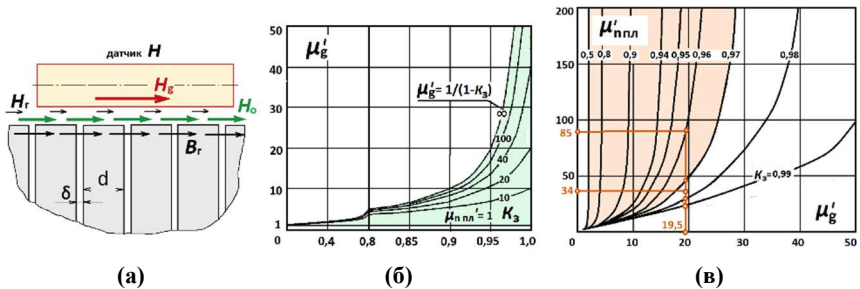


Рис. 3. Вектора магнитного поля на граничной поверхности пакета пластин (а); кривые  $\mu_g'(K_3)$  при различных  $\mu_n'_{пл} = \text{const}$  (б); кривые  $\mu_n'_{пл}(\mu_g')$  при различных  $K_3 = \text{const}$  (в)

Fig. 3. Magnetic field vectors on boundary surface of plate package (а); curves  $\mu_g'(K_3)$  at different  $\mu_n'_{пл} = \text{const}$  (б); curves  $\mu_n'_{пл}(\mu_g')$  at different  $K_3 = \text{const}$  (в)

При малых значениях индукции  $B_{MC}$  в стальных пластинах и РПЭ от потока  $\Phi_n$  гистерезисными потерями по сравнению с потерями на ВТ можно



пренебречь – напряженности  $H_r(t)$  и  $H_o(t)$  совпадают по фазе. С учетом условий непрерывности индукции  $B_r(t)$  в слоях пакета и напряженности  $H_r(t)$  на границе «сталь – воздух» (рис. 3а) приходим к равенству:

$$H_{\text{мг}} = H_{\text{мг}} \left[ K_3 + \mu'_{\text{н пл}} (1 - K_3) \right]. \quad (14)$$

Из (14) устанавливаем зависимость гомогенизированной проницаемости  $\mu'_g (\mu'_{\text{н пл}}, K_3)$ , аналогичную (1) в [18, 20, 24]:

$$\mu'_g (\mu'_{\text{н пл}}, K_3) = \frac{1}{\frac{K_3}{\mu'_{\text{н пл}}} + (1 - K_3)}. \quad (15)$$

На рис. 3б представлено семейство кривых  $\mu'_g(K_3)$  при различных  $\mu'_{\text{н пл}} = \text{const}$ .

Из (15) определяем обратную зависимость  $\mu'_{\text{н пл}} (\mu'_g, K_3)$ , как (2) в [20]:

$$\mu'_{\text{н пл}} (\mu'_g, K_3) = \frac{K_3}{\frac{1}{\mu'_g} - (1 - K_3)}, \quad (16)$$

где  $\mu'_g = B_{\text{мс}}/\mu^0 H_{\text{мг}}$ . В (15) всегда  $\mu'_g > 0$  (при  $\mu'_{\text{н пл}} > 0$ ,  $0 < K_3 \leq 1$  из физических условий). В (16)  $\mu'_{\text{н пл}} > 0$  только при условии, что  $\mu'_g < 1/(1 - K_3)$ . Отсутствие подобного ограничения в [19-21] привело к затруднениям в определении  $\mu'_n$  и переходу с (2) на (3).

На рис. 3в равенство (16) представлено зависимостями  $\mu'_{\text{н пл}}(\mu'_g)$  при различных  $K_3 = \text{const}$  с асимптотами (3). Анализ кривых на рис. 3б и 3в дает возможность оценить результаты [19-22].

При  $\mu'_{\text{н пл}} \rightarrow \infty$  (15) принимает вид (3) [18], ограничивая сверху область возможных значения  $\mu'_g$  (рис. 3б – зеленым). С уменьшением  $K_3$  область резко сужается; при  $K_3 \leq 0,95 - \mu'_g \leq 20$ , как в [22]. При  $K_3 \leq 0,97$  кривые  $\mu'_{\text{н пл}}(\mu'_g)$  круто переходят в вертикальные асимптоты (рис. 3в – розовым) и определение  $\mu'_{\text{н пл}}$  по (16) проблематично.

В [19-21] в условиях статики  $\mu'_{\text{н пл}} = \mu'_n$ ; в [20] для стали марки М140-35S  $\mu'_n = 34$  при значении  $K_3 = 0,977$  (больше, чем  $K_{3\text{н}} = 0,97$  в табл. 1). В (15) этим значениям  $\mu'_n$  и  $K_3$  соответствует  $\mu'_g = 19,5$ . При  $d = 0,35$  мм в условиях эксперимента величина  $K_3 < K_{3\text{н}}$ . Так, при  $K_3 = 0,96$  и  $\mu'_g = 19,5$  в (16)  $\mu'_n = 85$  (на рис. 3в – красным). Снижение  $K_3$  на 1,7% приводит к росту  $\mu'_{\text{н пл}}$  в 2,5

раза. Асимптотический характер зависимости  $\mu_n'(\mu_g'; K_3)$  позволяет в [21] манипулировать значениями  $K_3$ , чтобы  $\mu_n'$  по (2) соответствовали  $\mu_g'$  по (3) (табл. 1).

В [22] фактически определяются значения гомогенизированной проницаемости  $\mu_g'$  с допущением  $\mu_g' \approx \mu_n'$ .

### У. Связь удельных потерь на вихревые токи с магнитной проницаемостью

Динамические процессы от потока  $\Phi_n$  происходят в плоскости отдельных пластин. Немагнитные промежутки не являются препятствием для замыкания контуров ВТ. При свободном проникновении синусоидального поля в «бесконечную» стальную пластину формула удельных потерь на ВТ  $p_v$  в единице объема [Вт/м<sup>3</sup>] [29]:

$$p_v = \frac{\pi^2}{6} B_{mc}^2 \gamma b^2 f^2 R(\xi), \text{ где } R(\xi) = \frac{3 \operatorname{sh} \xi - \sin \xi}{\xi \operatorname{ch} \xi - \cos \xi}. \quad (17)$$

При  $\xi \leq 1$   $R(\xi) = 1$ , приходим к классической формуле удельных потерь на ВТ в проводящей пластине [1, 2, 5, 14, 29-31].

При РПЭ ( $\xi \geq 4$ )  $\frac{\operatorname{sh} \xi - \sin \xi}{\operatorname{ch} \xi - \cos \xi} \rightarrow 1$  и  $R(\xi) = 3/\xi$ , тогда (17) принимает

вид:

$$p_v = \frac{\pi^{1.5}}{2} B_{mc}^2 b f^{1.5} \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}}. \quad (18)$$

Для периодических функций:  $H_r(t) = H_{mr} \square \sin(\omega t)$  и  $B_c(t) = B_{mc} \square \sin(\omega t - \varphi)$ , где  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота, а  $\varphi$  – угол потерь. Удельные потери на ВТ определяются по площади динамической петли  $B_c(H_r)$  [31]:

$$p_v = \pi f H_{mr} B_{mc} \sin \varphi. \quad (19)$$

Из (17) с учетом (5), (9)-(11):

$$p_v = \pi f H_{mr} B_{mc} \frac{\operatorname{sh} \xi - \sin \xi}{\sqrt{2(\operatorname{ch}^2 \xi - \cos^2 \xi)}}. \quad (20)$$

Из (19), (20) находим  $\varphi(\xi)$  (рис. 2в):

$$\varphi(\xi) = \arcsin \left[ \frac{\operatorname{sh} \xi - \sin \xi}{\sqrt{2(\operatorname{ch}^2 \xi - \cos^2 \xi)}} \right]. \quad (21)$$

При РПЭ ( $\xi \geq 4$ )  $\varphi = 45^\circ$  (рис. 2в – красным) и  $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$  (20) принимает вид:

$$p_{\text{в}} = \frac{\pi f H_{\text{мг}} B_{\text{мс}}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi f B_{\text{мс}}^2}{\sqrt{2} \cdot \mu_{\text{пл}}}. \quad (22)$$

### VI. Влияние соотношения линейных размеров

Удельные потери на ВТ в прямоугольной пластине с конечным соотношением линейных размеров  $p_{\text{в}2}$  при  $B_{\text{мс}} = \text{const}$  всегда меньше, чем при условии  $b \ll L$ :  $p_{\text{в}2}/p_{\text{в}} = K_L(L/b) < 1$ , где  $p_{\text{в}}$  – потери по (17);  $K_L(L/b)$  – коэффициент, зависящий от отношения  $L/b$  (рис. 4а).

При  $\xi \leq 1$  и  $\mu = \text{const}$  зависимость  $K_L(L/b)$  находится из численного решения 2D задачи переменного электромагнитного поля прямоугольной проводящей пластины [28].

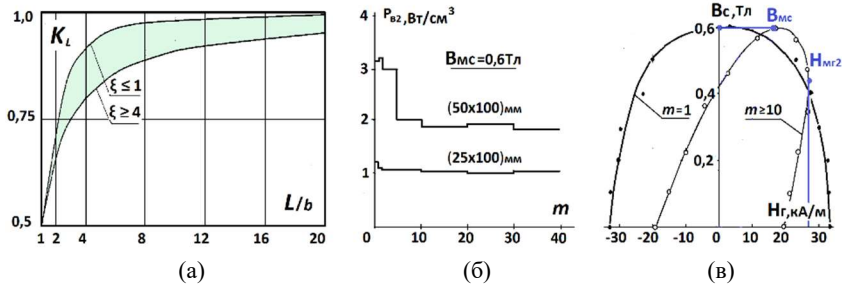


Рис. 4. Зависимости  $K_L(L/b)$  (а); эюры  $p_{\text{в}2}(m)$  [23] (б); динамические петли  $B_c(H_g)$  пакета (50x100) мм при  $m = 1$  и  $m \geq 10$  [23] (в)

Fig. 4. Dependences  $K_L(L/b)$  (a); plots of  $p_{\text{в}2}(m)$  [23] (b); dynamic loops  $B_c(H_g)$  of package (50x100) mm at  $m = 1$  and  $m \geq 10$  [23] (в)

При  $\xi \geq 4$  потери на ВТ формируются в узком поверхностном слое по периметру пластины [2,29]:  $K_L = L/(L+b)$ . Из (22) подобная зависимость справедлива и для амплитуд напряженности на границе:

$$K_L \left( \frac{L}{b} \right) = \frac{p_{\text{в}2}}{p_{\text{в}}} = \frac{H_{\text{мг}2}}{H_{\text{мг}}} = \frac{H_{\text{мг}2}}{H_{\text{мг}}} = \frac{L}{L+b}, \quad (23)$$

где  $H_{\text{Mg}2}$ ,  $H_{\text{MГ}2}$  – для прямоугольной пластины;  $H_{\text{MГ}}$ ,  $H_{\text{MГ}}$  – для «бесконечной» пластины. Кривые  $K_L(L/b)$  представлены на рис. 4а (зеленым цветом – зона значений при различной динамике).

### VII. Расчет проницаемости $\mu_n'$ по удельным потерям на ВТ $p_{\text{в}}$

С использованием аналитического материала разделов III-VI проводим дополнительный анализ результатов локальных измерений в работе [23]. Удельные потери в различных слоях  $m$  пакетов пластин при  $f = 50$  Гц и  $B_{\text{MГ}} = 0,6$  Тл рассчитаны в [23] по площади динамических петель  $S_{\text{п}}$ , в соответствии с (19), и иллюстрируются петлями  $B_c(H_{\text{Г}})$  (для случая наибольшей динамики при  $b = 0,05$  м), построенными по точкам за период изменения функций  $H_{\text{Г}}(t)$  и  $B_c(t)$  (рис. 4в), и кривыми распределения индукции  $B^*(x)$  (рис. 1в).

Условия динамики в ламинированном ярме для потока  $\Phi_{\tau}$  – ( $\xi < 1$ ) и пакете пластин для потока  $\Phi_n$  – ( $\xi > 4$ ) различны (рис. 1а). Распределение индукции  $B^*(x)$  (рис. 1в): при  $m = 1$  вынужденное равномерное, как у потока  $\Phi_{\tau}$ ; при  $m \geq 10$  характерное для проникновения потока  $\Phi_n$  при РПЭ [27, 30].

На рис. 4б представлены эпюры потерь  $p_{\text{в}2}(m)$  пакетов (50x100) мм и (25x100) мм из 80 пластин трансформаторной стали на половине толщины пакета:  $m = (1 \dots 40)$ . Для обеих зависимостей характерны неизменные значения потерь  $p_{\text{в}2}$  во внутренних слоях пакета ( $m \geq 10$ ) и увеличение уровня потерь  $p_{\text{в}2}$  в слоях, прилегающих к поверхности ( $m = 1$ ).

Выполнение условия РПЭ –  $\varphi = 45^\circ$  подтверждается параметрами петли  $B_c(H_{\text{Г}})$  при  $b = 0,05$  м и  $m \geq 10$ :  $H_{\text{MГ}2} = 27$  кА/м;  $B_{\text{MГ}} = 0,6$  Тл (рис. 4в – синим); площадь петли (планиметром Амслера)  $S_{\text{п}} = 36$  кДж/м<sup>3</sup>; потери  $p_{\text{в}2} = S_{\text{п}} f = 36000 \cdot 50 = 1,8 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup> коррелируют со значениями на эпюре  $p_{\text{в}2}(m)$  при  $m \geq 10$  из рис. 4б. Из (19), (23) находим:

$$\sin \varphi = \frac{p_{\text{в}2}}{\pi H_{\text{MГ}2} B_{\text{MГ}}} = \frac{1,8 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 50 \cdot 0,6 \cdot 27 \cdot 10^3} = 0,708; \varphi = 45^\circ.$$

Таким образом, при  $m \geq 10$  динамические процессы в пакетах пластин зависят от обобщенных параметров  $\xi$  и  $K_L$  и подчиняются равенствам: (8)-(13), (18)-(23). Из (18), (23) определяем  $\mu_n'(p_{\text{в}2})$ :

$$\mu_n' = \frac{\gamma}{\mu^0} \left[ \frac{\pi^{1,5} B_{\text{MГ}}^2 b f^{1,5} K_L}{2 p_{\text{в}2}} \right]^2. \quad (24)$$

Для пакета (50x100) мм:  $b = 0,05$  м;  $f = 50$  Гц;  $\gamma = 2 \cdot 10^6$  См/м;  $L = 0,1$  м;  $K_L = 0,667$ ;  $B_{\text{MГ}} = 0,6$  Тл;  $p_{\text{в}2} = 1,8 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup>.

Из (24) получаем  $\mu_n' = 68,7$ . Из (8) –  $\xi = 8,23$ .

Для пакета (25x100) мм:  $b = 0,025$  м;  $f = 50$  Гц;  $\gamma = 2 \cdot 10^6$  См/м;  $L = 0,1$  м;  $K_L = 0,8$ ;  $B_{mc} = 0,6$  Тл;  $p_{b2} = 1,05 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup> (рис. 4б).

Из формул (24) и (8) получаем  $\mu_n' = 72,9$ ;  $\xi = 4,24$ .

Неизменность значения  $\mu_n' \approx 70$  при кратном изменении ширины пластин  $b$  и параметра динамики при  $\xi \geq 4$  подтверждает правильность выбранного энергетического подхода к определению  $\mu_n'$  (через удельные потери на ВТ) и справедливость (8)-(13), (18)-(23). В [23] не учитывается влияние соотношения линейных размеров пластин на проницаемость  $\mu_{пл}$  и потерь  $P_v$ . После преобразования (6), (7) аналогичны (12), (18) для «бесконечной» пластины.

Локальными измерениями потерь в [23] установлено: при снижении динамики к нижней границе РПЭ (при  $b = 0,025$  м) практически исчезает зависимость потерь  $p_{b2}$  от  $m$  (рис. 4б), что делает возможным при  $\xi = 4$  определять усредненные потери  $p_{b2}$  в пакете пластин ваттметровым способом [12]. Характер зависимостей (10), (11), (21) позволяет понизить уровень допустимых значений параметра динамики до  $\xi \approx 3$  (рис. 2, синим).

### VIII. Эксперимент

Намагничивающее устройство (НУ) имеет вид W-образного разрезного ленточного сердечника с сечением внутреннего яра  $S_n = (40 \times 80)$  мм<sup>2</sup> и обмотками  $W_n = 2 \times 100$  витков. Вставки во внешних ярах высотой  $h = 27$  мм (вырезаны электроэрозионным способом из аналогичного сердечника) замыкают магнитную цепь при размещении в зазоре внутреннего яра пакета пластин с потоком  $\Phi_n$  (рис. 5а). Питание от автотрансформатора на частоте  $f = 50$  Гц.

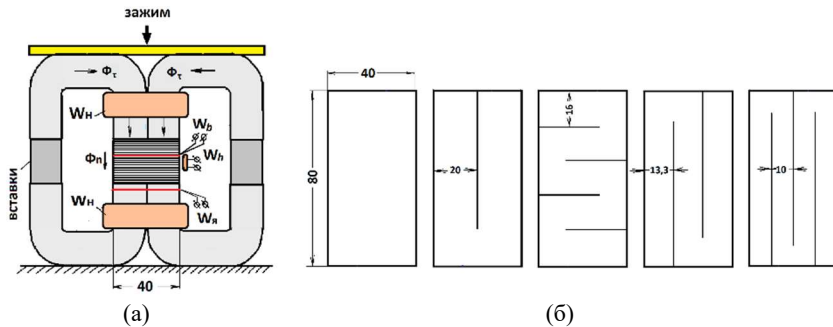


Рис. 5. НУ с пакетом прямоугольных пластин (а); пластины – целая и рассеченные (б)

Fig. 5. Setup with package of rectangular plates (a); plates – whole and dissected (b)

Измерение амплитуд  $B_{mc}$  и  $H_{mг2}$  проводится индукционными датчиками  $W_b = 3$  витка и  $W_h = 100$  витков чувствительностью  $K_h = 200$  А/(м·мВ).

Измерение активной мощности – малокоинусным ваттметром Д522. Электрическая схема измерений приведена на рис. 6а.

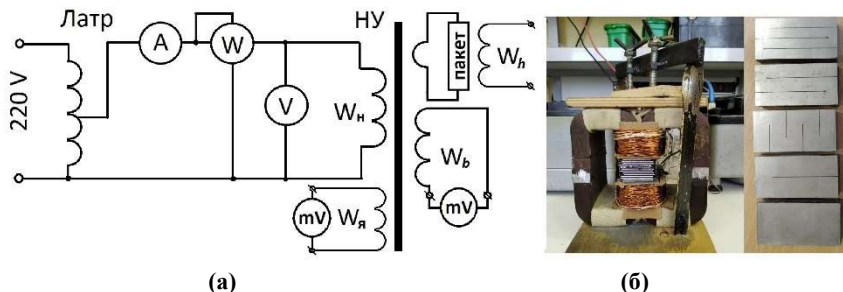


Рис. 6. Электрическая схема измерений (а); фото НУ и пластин (б)

Fig. 6. Electrical circuit of measurements (а); photos of the magnetizing device and plates (б)

Пакеты прямоугольных пластин (40x80) мм вырезаны лазером из холоднокатаной стали 08ПС (0,3% Si):  $d = 0,91$  мм;  $\gamma = 7,5 \cdot 10^6$  См/м. Ровная глянцевая поверхность и отсутствие изоляционного покрытия позволяют обеспечить коэффициент заполнения  $K_3 \approx 1$ , а калиброванные прокладки из бумаги или полиэтиленовой пленки разной толщины  $\delta$  позволяют точно определять коэффициент заполнения  $K_3$  в практически важном диапазоне ( $0,9 < K_3 \leq 1$ ). Для изменения параметра динамики  $\xi$  часть пластин дополнительно рассечены по ширине  $b = (20; 16; 13,3; 10)$  мм (рис. 5б). Соотношение линейных размеров пакетов пластин разной ширины  $b$  в табл. 2. Фото НУ и пакетов пластин на рис. 6б.

Таблица 2.  
Соотношение линейных размеров пластин

Table 2.  
Ratio of linear dimensions of plates

№ пакета	1	2	3	4	5
$b$ , м	0,040	0,020	0,016	0,0133	0,010
$L$ , м	0,080	0,160	0,200	0,240	0,320
$K_L$	0,667	0,889	0,926	0,947	0,970

Сравниваются зависимости  $\mu_n'(\xi; K_3)$  при определении  $\mu_n'$  через удельные потери  $p_v$  и через напряженность магнитного поля  $H_{\text{мг}}$  при малых значениях индукции  $B_{\text{мс}}$ .

Уравнение баланса мощностей:

$$P_{\Sigma} = P_M + P_{ст} + P_{в2}, \quad (25)$$

где  $P_{\Sigma}$  – измеренная активная мощность [Вт];  $P_M = I^2 \cdot (R_M + R_W)$  – потери в меди;  $I$  – действующее значение тока в цепи намагничивания (А);  $R_M$  и  $R_W$  – сопротивления намагничивающих обмоток и токовой цепи ваттметра [Ом];  $P_{ст} = P_{ст}(E_{я})$  – потери в стали НУ при фиксированных значениях ЭДС датчика индукции ярма  $E_{я}$  [В] ( $W_{я} = 3$ ), которое определяется из (25) при отсутствии пакета пластин (опыт XX):

$$P_{ст} = P_{\Sigma} - P_M. \quad (26)$$

Удельные потери  $p_{в2}$  в пакете из  $n$  пластин при контрольных значениях  $E_{я}$ :

$$p_{в2}(B_{мс}) = \frac{P_{\Sigma} - (P_M + P_{ст})}{ndbL}, \quad (27)$$

где  $B_{мс} = E_b / (4fW_b bL)$ ;  $E_b$  – среднее значение ЭДС локального датчика индукции  $W_b$  в исследуемом пакете (отличается от  $E_{я}$  из-за выпучивания потока  $\Phi_n$  и размагничивающего действия ВТ).

Значения амплитуды напряженности магнитного поля при контрольных значениях  $E_{я}$  и  $K_3 = 1$  равны  $H_{мг2} = K_h E_h$ ; при  $K_3 < 1$   $H_{мг2} = K_h E_h$ , где  $E_h$  – среднее значение ЭДС датчика напряженности  $W_h$ .

Представлены зависимости  $\mu_n'(\xi)$  стали 08ПС при амплитуде индукции в ярме  $B_{мя} = 0,094$  Тл (контрольное значение  $E_{я} = 0,2$  В):

– через удельные потери на ВТ  $p_{в2}$ , как в разделе VII, (рис. 7а – синим); значения  $\mu_n'$  определены из (24),  $\xi$  из (8), при  $K_3 = (0,905; 0,934; 0,970; 0,985; 1,0)$  (табл. 3, при крайних значениях  $K_3 = 0,905; 1,0$ );

– через напряженность  $H_{мг2}$  при  $K_3 = 1$  и  $H_{мг2}$  при  $K_3 = 0,905$  (рис. 7б, табл. 4); значения  $\mu_n'$  определены с использованием (5), (12), (16), (23);  $\xi$  из (9) и (13).

При определении  $\mu_n'$  через удельные потери (рис. 7а) кривые достоверны  $\mu_n'(\xi)$  на участке  $3 \leq \xi \leq 4$  (разд. VII); при  $\xi > 4$  – обозначены пунктиром; значения  $\mu_n'$  занижены из-за превышения усредненных удельных потерь по отношению к локальным  $p_{в2}$  при известном характере эпюр  $p_{в2}(m)$  в [23]. При  $\xi = 4$  и различных  $K_3 = \text{const}$  красными точками отмечены значения  $\mu' = \mu'_{сл}$  – эквивалентной проницаемости слоистого пакета; при  $K_3 = 1$  –  $\mu' = \mu_n'$  – проницаемость материала (стали 08ПС); стрелки подчеркивают неизменность значений проницаемости  $\mu'$  при  $\xi > 4$ .

**Таблица 3.**  
**Определение магнитной проницаемости  $\mu_n'$**   
**через удельные потери на вихревые токи**

**Table 3.**  
**Definition of magnetic permeability  $\mu_n'$  through specific eddy current losses**

№	$K_3 = 1,0$				$K_3 = 0,905$			
	$B_{мс}, ТЛ$	$p_{в2}, ВТ/М^3$	$\mu_n'$	$\xi$	$B_{мс}, ТЛ$	$p_{в2} \cdot 10^4, ВТ/М^3$	$\mu_n'$	$\xi$
1	0,0870	$6,14 \cdot 10^4$	62,6	12,2	0,0764	$10,8 \cdot 10^4$	12,0	5,33
2	0,0891	$3,95 \cdot 10^4$	73,7	6,60	0,0805	$5,83 \cdot 10^4$	22,5	3,65
3	0,0908	$2,78 \cdot 10^4$	78,6	5,46	0,0810	$4,27 \cdot 10^4$	29,9	3,36
4	0,0910	$2,69 \cdot 10^4$	86,8	4,77	0,0815	$3,22 \cdot 10^4$	39,0	3,19
5	0,0922	$2,03 \cdot 10^4$	95,2	3,75	0,0818	$2,01 \cdot 10^4$	60,4	2,99

**Таблица 4.**  
**Определение магнитной проницаемости  $\mu_n'$**   
**через напряженность магнитного поля**

**Table 4.**  
**Definition of magnetic permeability  $\mu_n'$  through magnetic field strength**

№	$K_3 \approx 1,0$ ( $\mu_g' = \mu_n'_{пл}$ )				$K_3 = 0,905$			
	$B_{мс}, ТЛ$	$H_{мг2}, А/М$	$\mu_n'$	$\xi$	$B_{мс}, ТЛ$	$H_{мг2}, А/М$	$\mu_n'$	$\xi$
1	0,0870	5260	91,3	14,7	0,0764	12440	3,26	21,6
2	0,0891	3600	90,8	7,35	0,0805	8860	6,43	66,1
3	0,0908	3100	88,3	5,80	0,0810	8380	7,12	72,1
4	0,0910	2610	90,2	4,88	0,0815	7740	7,93	104
5	0,0922	1916	102	3,90	0,0818	7480	8,44	101

Анализ кривых  $\mu_n'(\xi)$  (рис. 7, а и б) показывает сходство результатов:  
 – при  $K_3 = 1$  значения проницаемости материала находятся в зоне  $\mu_n' \geq (90 \dots 100)$  (на рис. 7а и б, табл. 3 и 4 – розовым);  
 – при различных  $K_3 < 1$  и снижении  $\xi$  кривых  $\mu_n'(\xi)$  значения  $\mu_n'$  растут, приближаясь к  $\mu_n'$  при  $K_3 = 1$  в красной зоне;  
 – значения проницаемости  $\mu_{сл}'$  при  $K_3 = 0,905$  на рис. 7а и б совпадают:  $\mu_{сл}' \approx 22$  (табл. 3 и 4 – голубым).

С уменьшением  $K_3$  удельные потери  $p_{в2}$  растут, а проницаемость слоистого пакета  $\mu_{сл}'$  снижается, отличаясь от проницаемости  $\mu_g'$  по (1). На рис. 7в кривые  $\mu_{сл}'^*(K_3)$  показаны синим цветом;  $\mu_g'^*(K_3)$  – зеленым, где  $\mu^* = \mu' / \mu_n'$  для  $\mu_n' = 100$ .



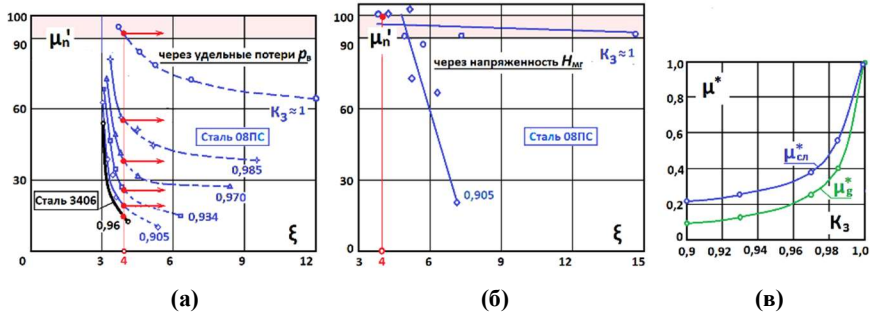


Рис. 7. Зависимости  $\mu_n'(\xi)$  при различных  $K_3 = \text{const}$ : через потери на вихревые токи (а); через напряженность магнитного поля (б); кривые  $\mu^*(K_3)$  (в)

Fig. 7. Dependences  $\mu_n'(\xi)$  at different  $K_3 = \text{const}$ : through specific eddy current losses (a); through magnetic field strength (b); curves  $\mu^*(K_3)$  (v)

По итогам обсуждения зависимостей  $\mu_n'(\xi, K_3)$  стали 08ПС определена кривая  $\mu_n'(\xi)$  через удельные потери  $p_{в2}$  для трансформаторной стали марки 3406 (3,2% Si):  $d = 0,3\text{мм}$ ;  $\gamma = 2 \cdot 10^6 \text{ См/м}$  на пакетах (40x80) мм при  $K_3 = 0,96$ ;  $b = (0,04; 0,02) \text{ м}$ , на рис. 7а – черным; значение  $\mu_n' > 60$ .

### IX. Заключение

При решении 3D задач определения дополнительных потерь от потоков рассеяния намагничивающих обмоток ламинированных сердечников следует использовать эквивалентную проницаемость слоистой среды  $\mu_{сл}'$ , зависящую от проницаемости материала и коэффициента заполнения, но в 1,5...2 раза больше традиционной гомогенизированной проницаемости  $\mu_g'$ .

При прогнозировании дополнительных потерь от действия нормальных потоков в стыках ламинированных сердечников необходимо использовать проницаемость материала, значения которой для трансформаторных сталей могут быть  $\mu_n' > (60 \dots 100)$ .

Предложен подход к определению проницаемости  $\mu_n'$  от нормального магнитного потока  $\Phi_n$  в пакете прямоугольных стальных пластин через удельные потери на вихревые токи  $p_v$  с использованием аналитических выражений для резкого поверхностного эффекта.

Повышение достоверности значений проницаемостей  $\mu_{сл}'$  и  $\mu_n'$  в направлении действия нормальных магнитных потоков позволяют повысить точность расчета потерь в магнитопроводах мощных электроэнергетических устройств, в том числе устройств силовой электроники.

Поступила в редакцию 29.12.2023

Принята к публикации 20.03.2024

Received 29.12.2023

Accepted 20.03.2024

### Библиографический список

- [1] Moses A., Anderson P., Jenkins K., Stanbury H. *Electrical Steels - Volume 2: Performance and Applications*. London: Institution of Engineering and Technology, 2019. – 664 p. DOI: 10.1049/PBPO157G
- [2] Turowski J., Turowski M. *Engineering electrodynamics. Electric Machine, Transformer, and Power Equipment Design*. London-New York: CRC Press, Taylor & Francis Group Boca Raton, 2014. – 536 p. DOI: 10.1201/b16373
- [3] Казаджан Л.Б. *Магнитные свойства электротехнических сталей и сплавов*. М.: Наука и технологии, 2000. – 223 с.
- [4] Столетов А.Г. *Исследования о функции намагничивания мягкого железа*. М.: Моск. ун-т, 1872. – 81 с.
- [5] Рейнбот Г. *Магнитные материалы и их применение*. Л.: Энергия, 1974. – 384с.
- [6] Pftzner H. Performance of new materials in transformer cores // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 1992. Vol. 112. С. 399-405.
- [7] Wang W., Nysveen A., Magnusson N. Eddy current loss in grain-oriented steel laminations due to normal leakage flux // *IEEE Transactions on Magnetics*. 2021. № 5 (6). С. 1-4. DOI: 10.1109/TMAG.2021.3069727
- [8] Wang W., Nysveen A., Magnusson N. The influence of multidirectional leakage flux on transformer core losses // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2021. Vol. 539. С. 1-8. DOI: 10.1016/j.jmmm.2021.168370
- [9] Kawase Y., Yamaguchi T., Onogi Y. Eddy current analysis of three-phase transformer using 3-D parallel finite element method // 2016 XXII Int. Conf. on Electrical Machines (ICEM), Sept. 04-07, 2016, Lausanne, Switzerland: IEEE, 2016. С. 2828-2832. DOI: 10.1109/ICELMACH.2016.7732923
- [10] Yamaguchi T., Kawase Y., Ishimura S. Influence of magnetic property of electrical steel sheets of transformer on eddy current loss // *Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics*. 2019. № 27 (1). С. 67-72. DOI: 10.14243/jsaem.27.67
- [11] Kalinin Y., Chivenkov A., Vagapov Y., Anuchin A. Determining specific power loss in joint area of laminated magnetic core // 2021 28th International Workshop on Electric Drives: Improving Reliability of Electric Drives (IWED), Jan. 27-29, 2021, Moscow, Russia. М.: IEEE, 2021. С. 1-6. DOI: 10.1109/IWED52055.2021.9376379
- [12] Kalinin Y., Chivenkov A., Vagapov Y., Anuchin A. Analysis and experiential verification of power loss in joint area of laminated transformer core // 2021 56th International Universities Engineering Conference (UPEC), Aug. 31-Sep. 03, 2021, Middlesbrough, UK: IEEE, 2021. С. 1-6. DOI: 10.1109/UPEC50034.2021.9548245
- [13] Калинин Е.В., Чивенков А.И. Резкий поверхностный эффект в стыках шихтованных сердечниках силовых трансформаторов // *Интеллектуальная электротехника*. 2019. № 4. С. 52-67. DOI: 10.46960/2658-6754\_2019\_4\_52
- [14] Tumasky S. *Handbook of magnetic measurements*. London-New York: CRC Press, Taylor & Francis Group Boca Raton, 2011. – 404 p. DOI: 10.1201/b10979

- [15] Silva V.C., Meunier G., Foggia A. A 3-D finite-element computation of eddy currents and losses in laminated iron cores allowing for electrical and magnetic anisotropy // IEEE Transactions on Magnetics. 1995. № 31 (3). С. 2139-2141. DOI: 10.1109/20.376469
- [16] Wang J., Lin H., Huang Y., Sun X. A new formulation of anisotropic equivalent conductivity in laminations // IEEE Transactions on Magnetics. 2011. № 47 (5). С. 1378-1381. DOI: 10.1109/TMAG.2010.2081352
- [17] Millian Mirabel L., Messal O., Benabou A., Le Menach Y., Chevallier L., Korecki J., Roder J-Y., Ducheux J-P. Iron loss modeling of grain oriented electrical steels in FEM simulation environment // IEEE Transactions on Magnetics. 2021. № 28 (2). С. 1-5. DOI: 10.1109/TMAG.2021.3097586
- [18] Barton M.L. Loss calculation in laminated steel utilizing anisotropic magnetic permeability // IEEE Transactions Power Apparatus and Systems. 1980. № PAS-99 (3). С. 1280-1297. DOI: 10.1109/TPAS.1980.319760
- [19] Hihat N, Lecointe J. P., Duchesne S., Napieralska E., Begrand T. Experimental method for characterizing electrical steel sheets in the normal direction // Sensors. 2010. № 10. С. 9053-9064. DOI: 10.3390/s 101009053
- [20] Hihat N., Komezа K., Juszcak E.N., Lecointe J.P. Experimental and numerical characterization of magnetically anisotropic laminations in the direction normal to their surface // IEEE Transactions on Magnetics. 2011. № 47 (11). С. 4517-4522. DOI: 10.1109/TMAG.2011.2158845
- [21] Hihat N., Lecointe J.P., Ninet O., Duchesne S., Napieralska E., Wiak S. Normal permeability of grain non-oriented, grain oriented and amorphous electrical steel sheets // International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics. 2014. № 46 (2). С. 349-354. DOI: 10.3233/JAE-141944
- [22] Booth T., Pfutzner H. Characteristics of transformer core materials for flux normal to the sheet plane // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1994. № 133 (1-3). С. 183-186. DOI: 10.1016/0304-8853(94)90520-7
- [23] Yagisawa T., Takekoshi Y., Wada S. Magnetic properties of laminated steel sheets for normal fluxes // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1982. № 26 (1-3). С. 340-342. DOI: 10.1016/0304-8853(82)90189-5
- [24] De Rochebrune A., Dedulle J.M., Sabonnadiere J.C. A technique of homogenization applied to the modeling of transformers // IEEE Transactions on Magnetics. 1990. № 26 (2). С. 520-523. DOI: 10.1109/20.106368
- [25] Зайкова В.А., Старцева. И.Е., Филиппов Б.Н. Доменная структура и магнитные свойства электротехнических сталей. М.: Наука, 1992. – 272 с.
- [26] Калинин Е.В. Магнитное поле в анизотропном шихтованном сердечнике. Рекомендации к определению степени магнитной анизотропии холоднокатаных электротехнических сталей // Труды НГТУ им. П.Е.Алексеева. 2018. № 2 (121). С. 96-105.
- [27] Moses A., Anderson P., Jenkins K., Stanbury H. Electrical Steels – Volume 1: Fundamentals and basic concepts. London: The Institution of Engineering and Technology, 2019. – 533 p.
- [28] Калинин Е.В. Моделирование потерь в шихтованных сердечниках силовых трансформаторов // Интеллектуальная электротехника. 2020. № 1 (9). С. 52-68. DOI: 10.46960/2658-6754\_2020\_1\_52

- [29] Ламмеранер Й., Штафль М. Вихревые токи. М.-Л.: Энергия, 1967. – 208 с.
- [30] Brailsford F. Physical principles of magnetism. London: D. Van Nostrand Company LTD, 1966. – 274 p.
- [31] Поливанов К.М. Теория электромагнитного поля. М.: Энергия, 1975. – 207 с.

### References

- [1] A. Moses, P. Anderson, K. Jenkins and H. Stanbury, *Electrical Steels – Volume 2: Performance and Applications*. London: Institution of Engineering and Technology, 2019. DOI: 10.1049/PBPO157G
- [2] J. Turowski and M. Turowski, *Engineering electrodynamics. Electric Machine, Transformer, and Power Equipment Design*. London-New York: CRC Press, Taylor & Francis Group Boca Raton, 2014. DOI: 10.1201/b16373
- [3] L.B. Kazadzhan, *Magnitnye svoystva elektrotekhnicheskikh stalej i spлавov [Magnetic properties of electrical steels and alloys]*. Moscow: Science and technology, 2000 (in Russian).
- [4] A.G. Stoletov, *Issledovaniya o funkcii namagnichivaniya myagkogo zheleza [Research on the magnetization function of soft iron]*. Moscow: Moscow. University, 1872 (in Russian).
- [5] G. Reinbot, *Magnitnye materialy i ih primeneniye [Magnetic materials and their application]*. Leningrad: Energy, 1974 (in Russian).
- [6] H. Pfitzner, “Performance of new materials in transformer cores”, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 112, p. 399-405, 1992.
- [7] W. Wang, A. Nysveen and N. Magnusson, “Eddy current loss in grain-oriented steel laminations due to normal leakage flux”, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 5, no. 6, pp.1-4, Mar. 2021. DOI: 10.1109/TMAG.2021.3069727
- [8] W. Wang, A. Nysveen and N. Magnusson, “The influence of multidirectional leakage flux on transformer core losses”, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 539, pp.1-8, Dec. 2021. DOI: 10.1016/j.jmmm.2021.168370
- [9] Y. Kawase, T. Yamaguchi and Y. Onogi, “Eddy current analysis of three-phase transformer using 3-D parallel finite element method”, in proc. *2016 XXII Int. Conf. on Electrical Machines (ICEM)*, Sept. 04-07, 2016, Lausanne, Switzerland, pp. 2828-2832. DOI: 10.1109/ICELMACH.2016.7732923
- [10] T. Yamaguchi, Y. Kawase and S. Ishimura, “Influence of magnetic property of electrical steel sheets of transformer on eddy current loss”, *Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 27, no. 1, pp. 67-72, 2019. DOI: 10.14243/jsaem.27.67
- [11] Y. Kalinin, A. Chivenkov, Y. Vagapov and A. Anuchin, “Determining specific power loss in joint area of laminated magnetic core”, in proc. *2021 28th International Workshop on Electric Drives: Improving Reliability of Electric Drives (IWED)*, Jan. 27-29, 2021, Moscow, Russia, pp. 1-6. DOI: 10.1109/IWED52055.2021.9376379
- [12] Y. Kalinin, A. Chivenkov, Y. Vagapov and A. Anuchin, “Analysis and experiential verification of power loss in joint area of laminated transformer core”, in proc. *2021 56th International Universities Engineering Conference (UPEC)*, Aug. 31-Sep. 03, 2021, Middlesbrough, UK, pp.1-6. DOI: 10.1109/UPEC50034.2021.9548245

- [13] E.V. Kalinin and A.I. Chivenkov, "Sharp surface effect in joints of laminated cores of power transformers", *Smart electrical engineering*, no. 4, pp. 52-67, 2019. DOI: 10.46960/2658-6754\_2019\_4\_52
- [14] S. Tumasky, *Handbook of magnetic measurements*. London-New York: CRC Press, Taylor & Francis Group Boca Raton, 2011. DOI: 10.1201/b10979
- [15] V.C. Silva, G. Meunier and A. Foggia, "A 3-D finite-element computation of eddy currents and losses in laminated iron cores allowing for electrical and magnetic anisotropy", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 31, no. 3, pp. 2139-2141, May 1995. DOI: 10.1109/20.376469
- [16] J. Wang, H. Lin, Y. Huang and X. Sun, "A new formulation of anisotropic equivalent conductivity in laminations", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 5, pp. 1378-1381, Apr. 2011. DOI: 10.1109/TMAG.2010.2081352
- [17] L. Millian Mirabel, O. Messal, A. Benabou, Y. Le Menach, L. Chevallier, J. Korecki, J-Y. Roder and J-P. Duchoux, "Iron loss modeling of grain oriented electrical steels in FEM simulation environment", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 2, pp. 1-5, Jul. 2021. DOI: 10.1109/TMAG.2021.3097586
- [18] M.L. Barton, "Loss calculation in laminated steel utilizing anisotropic magnetic permeability", *IEEE Transactions Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, no. 3, pp. 1280-1281, May 1980. DOI: 10.1109/TPAS.1980.319760
- [19] N. Hihat, J.P. Lecointe, S. Duchesne, E. Napieralska and T. Begrand, "Experimental method for characterizing electrical steel sheets in the normal direction", *Sensors*, vol. 10, pp. 9053-9064, Oct. 2010. DOI: 10.3390/s 101009053
- [20] N. Hihat, K. Komezsa, E.N. Juszcak and J.P. Lecointe, "Experimental and numerical characterization of magnetically anisotropic laminations in the direction normal to their surface", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 11, pp. 4517-4522, Nov. 2011. DOI: 10.1109/TMAG.2011.2158845
- [21] N. Hihat, J.P. Lecointe, O. Ninet, S. Duchesne, E. Napieralska and S. Wiak, "Normal permeability of grain non-oriented, grain oriented and amorphous electrical steel sheets", *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 46, no. 2, pp. 349-354, Jul. 2014. DOI: 10.3233/JAE-141944
- [22] T. Booth and H. Pfitzner, "Characteristics of transformer core materials for flux normal to the sheet plane", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 133, no. 1-3, pp. 183-186, 1994. DOI: 10.1016/0304-8853(94)90520-7
- [23] T. Yagisawa, Y. Takekoshi and S. Wada, "Magnetic properties of laminated steel sheets for normal fluxes", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 26, no. 1-3, pp. 340-342, 1982. DOI: 10.1016/0304-8853(82)90189-5
- [24] A. De Rochebrune, J.M. Dedulle and J.C. Sabonnadiere, "A technique of homogenization applied to the modeling of transformers", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 26, no. 2, pp. 520-523, Mar. 1990. DOI: 10.1109/20.106368
- [25] V.A. Zaikova, I.E. Startseva and B.N. Filippov, *The domain structure and magnetic properties of electrotechnical steels*. Moscow: Nauka, 1992.
- [26] E.V. Kalinin, "Magnitnoe pole v anizotropnom shihtotropnom serdechnike. Rekomendacii k opredeleniyu stepeni magnitnoj anizotropii holodnokatanyh elektrotekhnicheskikh stalej [Magnetic field in an anisotropic laminated core. Recommendations for determining the degree of magnetic anisotropy of cold-rolled electrical steels]

- mendations for determining the degree of magnetic anisotropy of cold-rolled electrical steels]”, *Proceedings of NSTU n.a. R.E. Alekseeva*, vol. 2, no. 121, pp. 96-105, 2018 (in Russian).
- [27] A. Moses, P. Anderson, K. Jenkins and H. Stanbury, *Electrical Steels-Volume 1: Fundamentals and basic concepts*. London: The Institution of Engineering and Technology, 2019.
- [28] E.V. Kalinin, “Model of losses in laminated cores of power transformers”, *Smart electrical engineering*, vol. 1, no. 9, pp. 52-68, 2020. DOI: 10.46960/2658-6754\_2020\_1\_52
- [29] J. Lammeraner and M. StafI, *Vihrevye toki [Eddy currents]*. Moscow-Leningrad: Energy, 1967 (in Russian).
- [30] F. Brailsford, *Physical principles of magnetism*. London: D. Van Nostrand Company LTD, 1966.
- [31] К.М. Polivanov, *Teoriya elektromagnitnogo polya [Electromagnetic field theory]*. Moscow: Energy, 1975 (in Russian).

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Калинин Евгений Владимирович**, ведущий инженер Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Российская Федерация.

**Evgeny V. Kalinin**, lead engineer of the Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russian Federation.

**Чивенков Александр Иванович**, доктор технических наук, профессор Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Российская Федерация.

**Alexander I. Chivenkov**, D. Sci. (Eng.), professor of the Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russian Federation.